

S&P Dow Jones Indices

A Division of **S&P Global**

指数算出メソドロジー

2017年11月

この資料は英語で作成された資料の翻訳版です。日本語版と英語版との間で相違がある場合は英語版をご参照ください。英語版は www.spdji.com に掲載されています。

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックス：指数メソドロジー

目次

はじめに	4
様々な種類の指数	4
指数の除数	4
時価総額加重指数	6
定義	6
株数の調整	6
除数の調整	7
必要な除数調整	9
キャップド指数	10
価格加重指数	11
定義	11
均等加重指数	12
定義	12
修正均等加重指数	13
コーポレート・アクション及び指数調整	13
指数アクション	13
修正時価総額加重指数	15
定義	15
コーポレート・アクション及び指数調整	16
指数アクション	16
キャップド時価総額指数	17
定義	17
コーポレート・アクション及び指数調整	18
異なるキャッピング手法	18
純粋スタイル指数	20
加重リターン指数	21
レバレッジ指数及びインバース指数	22
株式のレバレッジ指数	22

株式のレバレッジ指数（借入コストなし）	23
株式のインバース指数	23
株式のインバース指数（借入コストなし）	24
先物のレバレッジ指数及びインバース指数	24
日々リバランスされるレバレッジ先物指数またはインバース先物指数	24
定期的にリバランスされるレバレッジ先物指数またはインバース先物指数	25
トータル・リターン <small>の計算</small>	27
正味トータル・リターン <small>の計算</small>	28
フランキング・クレジット調整後トータル・リターン指数	29
指数のファンダメンタルズ	30
配当指数	31
リスク・コントロール指数	32
超過リターン指数	35
指数の加重ボラティリティ	36
単純加重ボラティリティ	37
先物に基づくリスク・コントロール指数	38
先物に基づくリスク・コントロール指数に関する指数の加重ボラティリティ	40
ダイナミック・ボラティリティ・リスク・コントロール指数	40
分散に基づくリスク・コントロール指数	40
リスク・コントロール 2.0 指数	41
構成銘柄のウェイト付け	41
為替ヘッジ指数	44
リターン <small>の定義</small>	44
ヘッジ比率	45
為替ヘッジ指数 <small>の計算</small>	46
為替ヘッジ <small>の結果</small>	46
指数 <small>の計算</small>	47
国内通貨リターン指数 <small>の計算</small>	49
背景	49
DCR と除数 <small>の計算の等価性</small>	49
DCR <small>の計算</small>	50
必要な調整	50

報酬指数	52
最終清算数値	53
S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのお問い合わせ先	54
顧客サービス	54
免責事項	55

はじめに

この資料では指数計算の公式について説明しており、数学的表記や単純操作などに関して読者に多少の知識があることを前提としています。計算は主に個別の指数メソドロジーからほぼ除外されている方程式で示されており、例または結果表なども記載されています。

様々な種類の指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの株価指数の大半は時価総額加重及び浮動株調整であり、指数の各銘柄のウェイトは、各銘柄の浮動株調整後時価総額に比例しています。

さらに S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスでは、本資料において多様なメソドロジーで計算された様々な指数を提供しています。

- 価格加重指数—指数における構成銘柄の株価のみにより構成銘柄のウェイトが決定されます。
- 均等加重指数—各銘柄が指数において均等に加重されます。
- その他のファクター、例えば、最大ウェイトの制限、または銘柄を選択するために用いられる特性などにより加重される指数
- レバレッジ指数及びインバース指数—これらの指数のリターンは、それぞれの原指数のリターンのプラスまたはマイナスの倍数となります。
- 加重リターン指数—一般に、複数の指数から成る指数として知られています。各原指数にはそれぞれウェイトが割り当てられており、これに基づいて指数全体の水準が計算されます。
- 個別銘柄に基づくのではなく、指数全体に基づいて運用される指数—これらには、様々なトータル・リターン・メソドロジーや指数ファンダメンタルズの計算が含まれます。
- 配当指数—指数構成銘柄の配当支払い合計に連動します。
- リスク・コントロール、超過リターン、通貨、通貨ヘッジ、国内通貨リターン、及び最終清算数値指数の計算

指数の除数

指数の除数は、指数がどのように計算されているかを理解する上で非常に重要であると言えます。全ての指数計算において除数が利用されています。

最も単純な時価総額加重指数は、指数銘柄の全ての利用可能な株数から構成されているポートフォリオであると考えられます。このポートフォリオのドルベースの価値は余りにも巨額の数字になると思われます。例えば、S&P 500 の浮動株調整後時価総額は数兆ドルに上ります。しかし、指数の数値は 10 桁以上の数字ではなく、より扱いやすい数字（例えば、2000 など）に縮小されています。ポートフォリオの時価総額をファクター（一般に除数と呼ばれている）により除することで数字を縮小します。

指数はポートフォリオと全く同義ではありません。例えば、銘柄が指数に追加、または指数から除外された場合、指数水準は上昇、または下落しませんが、銘柄が入れ替わると通常、ポートフォリオの時価総額は変化します。銘柄が追加、または除外された場合、指数の時価総額または水準が変わらないようにするため、除数を調整することで、指数の時価総額の変化を調整します。このように、除数は指数に

において重要な役割を果たしており、指数に採用されている銘柄が変更された場合でも、市場バリュエーションの継続的な測定が可能となります。同様に、コーポレート・アクションによって指数銘柄の市場価値が変化した場合でも、除数を調整することで、コーポレート・アクションによる影響が排除されるため、指数水準には反映されません。

時価総額加重指数

S&P ダウ・ジョーンズの株価指数（実際に最も広く引用されている株価指数）の多くは時価総額加重指数です。これらは、時価総額加重の代わりに価値加重または市場価格加重と呼ばれることもあります。例としては、S&P 500 指数、S&P グローバル 1200 指数、S&P BMI 指数などが挙げられます。

以下の説明では、ほとんどの例が S&P 500 を参照していますが、これらの例は S&P ダウ・ジョーンズの多くの時価総額加重指数にも同様に該当します。

定義

S&P 500 を計算するための公式は：

$$\text{指数水準} = \frac{\sum_i P_i * Q_i}{\text{除数}} \quad (1)$$

右側の分子は、指数の各銘柄の株価に、指数計算で使用される株数を乗じたものです。これは指数の全ての銘柄を合計したものとなります。分母は除数です。分子の合計が 20 兆ドルで、除数が 100 億ドルの場合、指数水準は 2000 となります。

この指数の公式は、“ベース加重集計”法と呼ばれることがあります。¹ この公式は LasPeyres 指数を修正することにより作成されています。LasPeyres 指数ではベース期間の量（株数）を使って、株価の変化を計算します。LasPeyres 指数の公式は以下の通りです。

$$\text{指数} = \frac{\sum_i P_{i,1} * Q_{i,0}}{\sum_i P_{i,0} * Q_{i,0}} \quad (2)$$

(2) の修正では、分子の量である Q_0 が Q_1 に置き換えられるため、分子は現在の市場時価になり、分母の積が除数に置き換えられます。分子と分母をこのように置き換えることで、公式が初めの市場価値を表し、指数の基準値が設定されることとなります。修正した結果が上記の方程式 (1) となります。

株数の調整

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの時価総額加重指数は浮動株調整後です。安定株主の保有株や持ち合い株などの株式については投資家が取得できないため、これらの株数を指数計算から除外することで、発行済株式数は調整されます。浮動株調整に関する S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのルール

¹ この言葉は、アルフレッド・カウルズの *Common Stock Indices*、1939 年エコノミクスの「Principia Press for the Cowles Commission of Research」において S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの指数計算の初期及びより完全な説明において使われています。この本では「Standard Statistics Company Formula」について書かれています。S&P は 1941 年、スタンダード統計とブアー出版の合併により誕生しました。

については、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの「浮動株調整メソドロジー」または個々の指数メソドロジー資料の一部に詳しい情報が記載されています。これらのメソドロジーで議論されているように、各銘柄に関して、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスは投資可能な浮動株修正係数 (IWF) を計算します。IWF は、発行済株式総数 (指数計算に含まれる株数) に占める浮動株の割合です。指数が方程式 (1) を用いて計算される場合、変数である Q_i は、発行済株式数と IWF の積に置き換えられます。

$$Q_i = IWF_i * \text{総株数}_i \quad (3a)$$

時折、外国人保有制限を反映するか、または指数の銘柄のウェイトを調整するために、その他の調整が行われることもあります。これらは単一の乗数に組み合わせられ、方程式(3a) の IWF の代わりに代用されます。制限を組み合わせる際には、不要なダブルカウントを避けることが重要です。FA は浮動株調整により除外される株数の割合を表し、FR は外国人保有制限のために除外された株数の割合を表し、IS は FA と FR の組み合わせに基づいて除外される総株数の割合を表すものとします。

$$\text{FA が FR よりも大きい場合、IS} = 1 - \text{FA} \quad (4a)$$

$$\text{FA が FR よりも小さい場合、IS} = 1 - \text{FR} \quad (4b)$$

また、方程式(3a)は次の通りです：

$$Q_i = IS_i * \text{総株数}_i \quad (3b)$$

株数または IWF が変更されたときはいつでも、指数水準を一定に維持するために、指数の除数を調整する必要があります。

除数の調整

指数を維持する上で重要なことは除数の調整です。指数を維持 (発行済株式数の変更、コーポレート・アクション、指数への銘柄の追加または除外を反映) した場合でも、指数水準が変化しないようにする必要があります。仮に S&P 500 が 2000 で終了し、取引終了後にある銘柄が別の銘柄に置き換えられた場合、全ての銘柄の始値が前日の終値と同じであれば、指数は翌朝、2000 で取引が始まります。このことは除数の調整により達成されます。

指数の銘柄が変更され、保有銘柄の株価が一定であったとしても、指数の時価総額が変化すれば、除数の調整が必要となります。このセクションでは、時価総額が変化した場合に、どのように除数の調整が行われるかを説明します。次のセクションでは、どの指数変更やコーポレート・アクションが時価総額や除数の変更につながるかを説明します。

以下では、方程式(1)を拡大し、指数にとどまる銘柄と、除外される銘柄である銘柄 r を示しています。

$$\text{指数水準}_{t-1} = \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_r Q_r}{\text{除数}_{t-1}} \quad (5)$$

方程式(5)は、 $t-1$ の期間における指数水準と除数を表しています。また、説明のために例を単純化しており、本来であれば IWF や株数を調整する必要もありますが、ここではそれらを表す項を省いています。銘柄 r を銘柄 s に置き換えると、以下のような方程式になります。

$$\text{指数水準}_t = \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_s Q_s}{\text{除数}_t} \quad (6)$$

方程式(5)及び(6)において、 $t-1$ は、企業 r が指数から除外され、企業 s が指数に加えられる直前のタイミングを表しています。 t はこれらが行われた直後のタイミングを示しています。指数水準 $_{t-1}$ は指数水準 $_t$ に等しくなります。(5)と(6)を組み合わせ、再配置することにより、変更の前と後に指数の時価総額に基づいて除数の調整が決定されます。

$$\frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_r Q_r}{\text{除数}_{t-1}} = \text{指数水準} = \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_s Q_s}{\text{除数}_t} \quad (7)$$

$t-1$ 時点の指数の時価総額を示す左側の分子の部分を MV_{t-1} とし、 t 時点の指数の時価総額を示す左側の分子の部分を MV_t とします。 MV_{t-1} 、 MV_t 、及び除数 $_{t-1}$ は周知の数値です。これを踏まえると、新しい除数を決定することは容易であり、新しい除数により、銘柄 r が銘柄 s に置き換えられるときに指数水準が一定に保たれます。

$$\text{除数}_t = (\text{除数}_{t-1}) * \frac{MV_t}{MV_{t-1}} \quad (8)$$

以下で説明するように、様々な指数調整により、指数の時価総額は変化します。これらの調整が行われた際に、除数は方程式(8)に示されるように調整されます。

実際に、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの指数計算で用いられる計算プログラムなどでは、除数調整はやや異なるフォーマットであるものの、ほぼ同じ方程式で計算されます。除数変更は、乗算ではなく、加算により計算されます。この別のフォーマットは、ここに定義されています。方程式(1)を再配置し、時価総額の項を使用することで、以下の方程式が得られます。

$$\text{除数} = \frac{\text{時価総額}}{\text{指数水準}} \quad (9)$$

銘柄が指数に加えられる、または指数から除外される時、指数の時価総額は増加または減少します。この増加または減少は、追加される銘柄の時価総額から除外される銘柄の時価総額を控除したものとなります。 CMV を時価総額の変化として定義します。指数水準が変化しないように、新たな指数は次の通り定義されます。

$$\text{除数}_{\text{new}} = \frac{\text{時価総額} + CMV}{\text{指数水準}} \quad (10)$$

または

$$\text{除数}_{\text{new}} = \frac{\text{時価総額}}{\text{指数水準}} + \frac{CMV}{\text{指数水準}} \quad (11)$$

しかし、右側の最初の項は単に、銘柄が追加または除外される前の除数値です。したがって：

$$\text{除数}_{\text{ニュー}} = \text{除数}_{\text{オールド}} + \frac{\text{CMV}}{\text{指数水準}} \quad (12)$$

この方程式は、コンピュータによる計算に適した形式であると言えます。この形式では、2番目の項（CMV/指数水準）は、各銘柄またはその他の調整に対して独立して計算されます。また、除数を一度変更するだけで、全ての調整が行われることになります。

必要な除数調整

除数調整は“取引終了後”に実施されます。したがって、取引終了後に何らかの変更が実施されたとしても、新たな除数を計算するために終値が用いられます。ここで、取引終了時における指数と、次の取引開始時における指数の2つが存在することになります。株価が同じであれば、2つの指数の水準は同じになります。

指数の時価総額が変わるような変更が生じた場合、株価を一定に維持するためには除数の変更が必要となります。産業分類の変更に関しては、指数管理に起因する変更と、構成銘柄のコーポレート・アクションから生じる変更とを区別することが有益です。指数管理による変更には、企業の追加または除外や、株数の調整、IWFの変更、株数に影響を与えるその他のファクターの変更などが含まれます。

指数管理に関連する変更：企業が指数に追加される、または指数から除外される際には、指数の時価総額の純変動が計算され、これは新たな除数を計算するために使用されます。指数に追加される、または指数から除外される銘柄の時価総額は、株価や、発行済株式数、IWF、その他の株数などの調整に基づいています。例えば、指数に追加される企業の時価総額が10億ドルで、IWFが85%の場合、浮動株調整後時価総額は8億5,000万ドルになるため、指数の計算で使用される追加企業の時価総額は8億5,000万ドルになります。この計算は上記の方程式（8）または方程式（12）に基づいています。

ほとんどのS&Pダウ・ジョーンズの指数に関して、IWFや株数のアップデートはメソドロジーで定義されているルールに基づいて年間を通して適用されます。指数の過剰な変更を避けるために、発行済株式数の小さな変更は通常、四半期に1回指数に反映されます。これらに伴う除数の修正が計算され、新たな除数が決定されます。方程式（12）は、様々な株数変更の影響を考慮した上で、どのように新たな除数を決定するかを示しています。

コーポレート・アクション関連の変更：定期的な株式発行または自社株買いから、スピンオフまたは合併のようなそれほど頻繁でないイベントに至るまで、幅広い様々なコーポレート・アクションがあります。以下の表ではコーポレート・アクションについてまとめており、必要な変更や、除数が調整されるかどうかを説明しています。

コーポレート・アクション	コメント	除数調整
企業の追加/除外	時価総額の純変動により除数調整が決定される	あり
発行済株式数	セカンダリー発行、自社株買い、または株式の買戻しによる変更を反映するため、株数が修正される	あり
株式分割	新たな株数を反映するために株数が修正される。株数と株価の変更が相殺されるため、除数調整は必要とされない。	なし
スピンオフ	スピンオフ企業は権利落ち日にゼロ価格で指数に追加される。スピンオフ企業が権利落ち日後に指数に留まる資格があるかどうかについては、それぞれの個別の指数メソッドロジーで規定されている。	なし
IWFの変更	IWFの上昇（低下）により、指数の時価総額が増加（減少）する。除数変更により、IWFの変更により生じる時価総額の変更が反映される。	あり
特別配当	企業が特別配当を支払う場合、株価は、同配当額分下落すると仮定される。除数調整により、指数の時価総額の減少分が反映される。	あり
株主割当増資	各株主は、設定された株価（ディスカウントされる場合が多い）で追加株式に比例する株数を購入する権利を受け取る。この計算は、増資が完全に引き受けられることを前提としている。除数調整により、時価総額の増加（＝発行株数*株価）が反映される。	あり

変則的なキャッシュなどの特別配当またはその他の企業資産が株主に分配されるようなコーポレート・アクションでは、銘柄の株価は、権利落ち日（新たな株主が分配を受け取る資格がない最初の日）にその分が下落します。除数調整を行うことで、この株価の下落に伴って指数が下落するのを回避します。

コーポレート・アクションの取り扱いに関する詳しい情報については、**S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの「Equity Indices Policies & Practices（株価指数方針及び実務）」**の資料を参照ください。

キャップド指数

指数の一部の銘柄に対する最大ウェイトを設定することが望まれる場合があります。一部の市場では、規制により、最大の銘柄及び銘柄グループのウェイトがポートフォリオの一定の割合以下となるように制限されます。これは、浮動株修正係数以外に、株数のさらなる修正により行われます。指数を構成する全銘柄のウェイトの合計は **100%** になるため、**1** 銘柄のウェイトを引き下げれば、その他の銘柄のウェイトが高まることとなります。最大の銘柄のウェイトが一定の制限以下に引き下げられる場合、**2** 番目に大きな銘柄のウェイト（または、それに続いて大きな銘柄のウェイト）が制限を超えることがあります。したがって、このプロセスは繰り返される必要があります。たとえ株数が一定で推移したとしても、株価が変動するため、ウェイトは時間の経過とともに変化します。上限に達している銘柄の株価が上昇した場合、そのウェイトが上限を超えることがあります。ほとんどの場合、バッファー・ゾーンが用いられます。（例えば、最大許容ウェイトが **10%** の場合、銘柄のウェイトが **9%** となるまで株数を引き下げます。）別の調整が必要になる場合に備え、**1%** のバッファーが設けられます。以下のセクションでは、様々なキャップド指数の形式について説明します。

価格加重指数

定義

ダウ・ジョーンズ工業株平均のような価格加重指数では、構成銘柄のウェイトは構成銘柄の株価のみにより決定されます。発行済株数は、指数全体を通じて同一の数に設定されます。このメソドロジーを使用する指数では、構成銘柄の一社の株価に影響を及ぼすコーポレート・アクションがあった場合には、指数除数を調整します。このコーポレート・アクションには、株価調整、特別配当、株式分割、株主割当増資などが含まれます。また、指数への追加または指数からの除外が生じた場合にも指数除数を調整します。

その他全ての指数計算の詳細は、前の時価総額加重指数のセクションで詳述されている標準除数ベースの計算メソドロジーに従います。

コーポレート・アクションの取り扱いの詳細については、以下の表を参照ください。

コーポレート・アクション	コメント	除数調整
企業の追加・除外	価格の純変動により除数調整が決定される	あり
発行済株数	セカンダリー発行、株式買い戻し、自社株買い、またはその他の理由による株数の変更は価格加重メソドロジーでは認識されない。全ての株数は1に設定される	なし
株式分割	新たな株数を反映するために株数は修正されない。株価調整を相殺するために、除数調整が必要とされる。	あり
スピンオフ	スピンオフ企業は権利落ち日にゼロ価格で指数に追加される。スピンオフ企業が権利落ち日後に指数に留まる資格があるかどうかについては、それぞれの個別の指数メソドロジーで規定されている。	なし
IWFの変更	価格加重指数ではIWFは使用されない	該当せず
特別配当	企業が特別配当を支払う場合、株価は、同配当額分下落すると仮定される。除数調整により、指数の時価総額の減少分が反映される。	あり
株主割当増資	各株主は、設定された株価（ディスカウントされる場合が多い）で追加株式に比例する株数を購入する権利を受け取る。この計算は、増資が完全に引き受けられることを前提としている。除数調整により、株主割当増資による株価の変化が反映される。	あり

均等加重指数

定義

均等加重指数とは全ての銘柄または企業が指数において同じウェイトを有するものであり、その指数に連動するポートフォリオでは適切な各金融商品に同じ金額を投資します。株価は変動するため、そのウェイトは変わり、正確な均等性が失われます。したがって、均等加重指数はときどきリバランスを行い、適切なウェイト付けを再構築する必要があります²

均等加重指数を計算するための全体的なアプローチは、時価総額加重指数におけるアプローチと同じです。しかし、構成銘柄の時価総額は、各リバランス時点で均等なウェイト付けを実現する価値になるように再設定されます。2つの基本公式を思い出してください：

$$\text{指数水準} = \frac{\text{指数時価総額}}{\text{除数}} \quad (13)$$

及び

$$\text{指数時価総額} = \sum_i P_i * \text{株数}_i * IWF_i \quad (14)$$

均等加重指数を計算するために、指数の計算に用いられる各銘柄の時価総額は、各指数構成銘柄が各リバランス日時点で指数において均等なウェイトを持つように再設定されます。上記のとおり、株価、発行済株式数、浮動株修正係数（IWF）、及び必要に応じて為替レートの積の計算に加え、新しい調整ファクターも均等なウェイト付けを構築するために時価総額の計算に導入されます。

$$\text{調整後株式時価総額}_i = P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート}_i * AWF_i \quad (15)$$

ここでは、 AWF_i （追加修正係数）は各指数リバランス日 t 時点で割り当てられる銘柄 i の調整ファクターであり、これにより、全ての指数構成銘柄の修正時価総額が均等（したがって、均等ウェイト）になる一方、指数全体の時価総額合計は維持されます。リバランス日 t 時点の各指数構成銘柄 i の AWF は以下のように計算されます：

$$AWF_{i,t} = \frac{Z}{N * \text{浮動株調整後時価総額}_{i,t}} \quad (16)$$

ここでは、 N は指数における銘柄数であり、 Z は AWF を導くための指数固有の定数セットであり、したがって指数計算に用いられる各銘柄の株数となります（たびたび修正指数株数と呼ばれる）。

指数除数は方程式(13)の指数水準及び指数時価総額に基づいて定められます。指数水準は指数のリバランスによって変わることはありません。しかし、株価及び発行済株式数は直近のリバランス以後に変化するため、除数はリバランス時点で変わることになります。

² 一方、時価総額加重指数では株数や IWF、資本収益、或いは追加または除外される銘柄に変化がない限り、リバランスを必要としません。

したがって：

$$(除数)_{リバランス後} = \frac{\text{指数時価総額}_{リバランス後}}{\text{(指数価値)}_{リバランス前}} \quad (16a)$$

ここでは、

$$\text{指数時価総額} = \sum_i P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート}_i * AWF_i \quad (16b)$$

修正均等加重指数

均等加重指数の中には指数に含まれる銘柄に対してさらに制限を設けている指数があります。制限の例としては、一つのセクターに割り当てられるウェイトの上限、または指数内の単一の国または地域のウェイトの上限などが挙げられます。また、指数のウェイトを決定する際に、指数が追加の流動性ファクター（例えば、バスケット流動性など）を適用する場合、銘柄の最大ウェイトのルールを規定することもあります。このような状況では、制限を満たすために上限が適用される場合、上限設定に伴う超過のウェイトは上限に達していない企業の間で均等に分配されます。

コーポレート・アクション及び指数調整

以下の表は、均等加重指数を管理するために必要な指数や除数の調整を示しています。1つの重要な問題は、1つの銘柄が別の銘柄に置き換えられるイベントをどのように取り扱うかということです。株価は常に変動することを踏まえると、指数はリバランス時点でのみ正確に均等加重されているに過ぎません。したがって、銘柄が追加または除外される場合、新たな銘柄は元の銘柄の実際のウェイトを前提とする必要があるか、または指数全体をリバランスする必要があるかのいずれかになります。しかし、これは常に当てはまるわけではなく、指数ファミリーごとに異なる場合があります。

コーポレート・アクションの取り扱いに関する詳細については、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの「*Equity Indices Policies & Practices (株価指数方針及び実務)*」資料を参照ください。指数ファミリー内の個別の取り扱いに関する詳細については、その指数メソドロジーを参照ください。

指数アクション

指数アクション	指数に対して行われる調整	除数調整
スピンオフ	スピンオフ企業は権利落ち日にゼロ価格で指数に追加される。スピンオフ企業が権利落ち日後に指数に留まる資格があるかどうかについては、それぞれの個別の指数メソドロジーで規定される。スピンオフ企業が指数から除外された場合、除外された企業のウェイトは親企業の株式に再投資される。	なし
株主割当増資	株価は、「親会社の株価」マイナス「株主割当増資の株価/割当増資の割合」に調整される。割当増資前の企業と同じウェイトを維持するために、方程式16に従って、調整ファクターは変化する。	なし
株式分割	株数は分割係数により乗じられ、株価は分割係数により除される。	なし
株数/IWFの変更	なし。指数のウェイトを維持するために、調整ファクターは変更される。	なし
特別配当	特別配当の支払いを行う銘柄の株価は、権利落ち日の前日の取引終了後の1株当たり特別配当額により減じられる。	あり
構成銘柄の変更 - 追加及び除外	指数に加わる銘柄は、指数から除外される企業のウェイトで指数に追加される。このウェイトは、方程式(15)を用いて、追加銘柄の調整ウェイト・ファクターを計算するために使用される。企業がゼロの株価で除外される場合、この置き換えは、有効日の前	なし。ただし、企業がゼロの株価で除外され、置き換えの企業が、除外企業がゼロ価

	日の取引終了時点で、除外される企業のウェイトで指数に追加される。1社以上の会社が、単一日に指数において置き換えられる場合、この置き換えは、指定された順になる。	格の前のウェイトで指数に追加される場合を除く。
構成銘柄の変更 - 除外のみ	指数構成銘柄の絶対数が増えるため、全ての銘柄のウェイトが増える。相対ウェイトは同じ水準に維持される。	あり

修正時価総額加重指数

定義

修正時価総額加重指数は、指数構成銘柄が指数においてユーザー設定のウェイトを有する指数です。指数のウェイトは以下に定義されたプロセスを通じて固定されるため、指数のリバランスとリバランスの間には、コーポレート・アクションは通常、指数のウェイトに影響を与えることはありません。株価は変動するため、指数のウェイトは変化し、修正されたウェイトは変化します。したがって、均等加重指数の場合と同様に、修正時価総額加重指数はときどきリバランスを行い、適切なウェイト付けを再構築する必要があります。

修正時価総額加重指数を計算するための全体的なアプローチは時価総額加重指数と同じですが、構成銘柄の時価総額は各リバランス時点でユーザー設定のウェイト付けを実現する価値になるように再設定されます。2つの基本公式を思い出してください：

$$\text{指数水準} = \frac{\text{指数時価総額}}{\text{除数}} \quad (17)$$

及び

$$\text{指数時価総額} = \sum_i P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート} \quad (18)$$

修正時価総額加重指数を計算するために、指数の計算に用いられる各銘柄の時価総額は、各指数構成銘柄が各リバランス日時点で指数において適切なユーザー設定のウェイトを持つように再設定されます。上記のとおり、株価、発行済株式数、浮動株修正係数（IWF）、及び必要に応じて為替レートの積の計算に加え、新しい調整ファクターも適切なウェイト付けを構築するための時価総額の計算に導入されます。

$$\text{調整後株式時価総額}_i = P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート}_i * AWF_i \quad (19)$$

ここでは、 AWF_i は各指数リバランス日 t 時点で割り当てられる銘柄 i の調整ファクターであり、これにより、ユーザー設定のウェイトを実現するために全ての指数構成銘柄の時価総額が調整される一方、指数全体の時価総額は維持されます。

リバランス日 t 時点における各指数構成銘柄 i の AWF は以下のように計算されます：

$$AWF_{i,t} = \frac{Z}{\text{浮動株調整後時価総額}_{i,t}} * W_{i,t} \quad (20)$$

ここでは、 Z は AWF を導くための指数固有の定数セットであり、したがって指数計算に用いられる各銘柄の株数となります（たびたび修正指数株数と呼ばれる）。 $W_{i,t}$ はリバランス日 t 時点における銘柄 i のユーザー設定のウェイトです。

指数除数は方程式(17)の指数水準及び指数時価総額に基づいて定められます。指数水準は指数のリバランスによって変わることはありません。しかし、株価及び発行済株式数は直近のリバランス以後に変化するため、除数はリバランス時点で変わることになります。

したがって：

$$(除数)_{リバランス後} = \frac{\text{指数時価総額}_{リバランス後}}{\text{(指数価値)}_{リバランス前}} \quad (20a)$$

ここでは、

$$\text{指数時価総額} = \sum_i P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート}_i * AWF_i \quad (20b)$$

コーポレート・アクション及び指数調整

以下の表は修正時価総額加重指数を管理するために必要な指数及び除数の調整を示しています。

コーポレート・アクションの取り扱いに関する詳細については、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの「Equity Indices Policies & Practices (株価指数方針及び実務)」資料を参照ください。指数ファミリー内の個別の取り扱いに関する詳細については、その指数メソドロジーを参照ください。

指数アクション

指数アクション	指数に対して行われる調整	除数調整
スピンオフ	スピンオフ企業は権利落ち日にゼロ価格で指数に追加される。スピンオフ企業が権利落ち日後に指数に留まる資格があるかどうかについては、それぞれの個別の指数メソドロジーで規定されている。	なし
株主割当増資	株価は、「親会社の株価」マイナス「株主割当増資の株価/割当増資の割合」に調整される。割当増資前の企業と同じウェイトを維持するために、方程式20に従って、調整ファクターは変化する。	なし
株式分割	株数は分割係数により乗じられ、株価は分割係数により除される。	なし
株数/IWFの変更	なし。指数のウェイトを維持するために、調整ファクターは変更される。	なし
特別配当	特別配当の支払いを行う銘柄の株価は、権利落ち日の前日の取引終了後の1株当たり特別配当額により減じられる。	あり
合併または買収	存続企業がすでに指数の構成銘柄である場合、その企業は指数に留まる。存続会社が指数の基準を満たしていない場合、その企業は指数から除外される。	指数から除外された場合、除数調整が行われる。
構成銘柄の変更	指数に追加される企業は、指数から除外される企業のウェイトで指数に追加される。	なし
指数からの除外につながる上場廃止、買収、またはその他のコーポレート・アクション	その銘柄は指数から除外される	あり

キャップド時価総額指数

定義

キャップド時価総額加重指数とは、単一の指数構成銘柄または定められた指数構成銘柄のグループが最大ウェイトに制限され、超過のウェイトが残りの指数構成銘柄の間で比例配分される指数です。株価は変動するため、ウェイトは変化し、修正されたウェイトは変わります。したがって、均等加重指数や修正時価総額加重指数の場合と同様に、キャップド時価総額加重指数はときどきリバランスを行い、適切なウェイト付けを再構築する必要があります。キャップド指数のメソドロジーは修正時価総額加重指数のメソドロジーと同時進行します。この2つの手法の主な違いはリバランスとリバランスの間のコーポレート・アクションの取扱いです。修正時価総額加重指数では、所与の銘柄の時価総額に影響を与えるほとんどのコーポレート・アクションは、その指数の銘柄に割り当てられた AWF における対応する変更により相殺されるため、銘柄のウェイト変更や指数除数の変更につながることはありません（詳細については前のセクション及び指数メソドロジーを参照ください）。一方で、キャップド指数について、リバランスとリバランスの間のコーポレート・アクションにより AWF の変更が行われなため、コーポレート・アクションにより指数の銘柄のウェイトや指数除数が変わります。

キャップド時価総額加重指数を計算するための全体的なアプローチは、純粋時価総額加重指数の場合と同じです。しかし、構成銘柄の時価総額は原指数固有のキャッピング・ルールを満たす価値になるように再設定されます。前のセクションの方程式 17、18、19 を思い出してください：

$$\text{指数水準} = \frac{\text{指数時価総額}}{\text{除数}} \quad (17)$$

及び

$$\text{指数時価総額} = \sum_i P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート} \quad (18)$$

キャップド時価総額加重指数を計算するために、指数の計算に用いられる各銘柄の時価総額は、各指数構成銘柄が各リバランス日時点で指数において適切なウェイトを持つように再設定されます。

上記のとおり、株価、発行済株式数、浮動株修正係数 (IWF)、及び必要に応じて為替レートの積の計算に加え、新しい調整ファクターも適切なウェイト付けを構築するための時価総額の計算に導入されます。

$$\text{調整後株式時価総額}_i = P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート}_i * AWF_i \quad (19)$$

ここでは、 AWF_i は各指数リバランス日 t 時点で割り当てられた銘柄 i の調整ファクターであり、これにより、ユーザー設定のウェイトを実現するためにすべての指数構成銘柄の時価総額が調整される一方、指数全体の時価総額は維持されます。

リバランス日 t 時点における各指数構成銘柄 i の AWF は以下のように計算されます：

$$AWF_{i,t} = \frac{CW_{i,t}}{W_{i,t}} \quad (21)$$

ここでは、 $W_{i,t}$ は全ての指数構成銘柄の浮動時価総額に基づくリバランス日 t 時点での銘柄 i の上限に達していないウェイトであり、 $CW_{i,t}$ は原指数のキャッピング・ルール、及び以下の異なるキャッピング手法に記載されたキャップド・ウェイトの決定プロセスにより定められるリバランス日 t 時点での銘柄 i の上限ウェイトです。

指数除数は方程式(17)の指数水準及び指数時価総額に基づいて定められます。指数水準は指数のリバランスによって変わることはありません。しかし、株価及び発行済株式数は直近のリバランス以後に変化するため、除数はリバランス時点で変わることになります。

したがって：

$$(除数)_{リバランス後} = \frac{\text{指数時価総額}_{リバランス後}}{\text{(指数価値)}_{リバランス前}} \quad (21a)$$

ここでは、

$$\text{指数時価総額} = \sum_i P_i * \text{株数}_i * IWF_i * \text{為替レート}_i * AWF_i \quad (21b)$$

コーポレート・アクション及び指数調整

キャップド指数に関する全てのコーポレート・アクションは、時価総額加重指数の場合と同様に指数に影響を与えます。各コーポレート・アクションがどのように取り扱われるかに関する詳細については、上記の時価総額加重指数のセクションの表を参照ください。

コーポレート・アクションの取り扱いに関する詳細については、**S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの「Equity Indices Policies & Practices (株価指数方針及び実務)」**資料を参照ください。

異なるキャッピング手法

キャップド指数は、分散投資ルールに従ったベンチマークの必要性から生まれ、またファンドや上場商品の場合、1つまたは少数の銘柄に非常に集中するベンチマークに対する一般的な要求があるときに適用されます。キャッピングは単一銘柄の集中制限または定められたグループの銘柄に対する集中制限に適用されることがあります。企業は時折、指数において複数のシェアクラス・ラインにより表されることもあります。この場合、最大ウェイトの上限は企業の浮動株調整後時価総額に基づいており、複数のクラスの企業のウェイトは、リバランス参照日時点の浮動株調整後時価総額に基づいて各シェアクラス・ラインに比例配分されます。最も一般的なキャッピング手法を用いるキャップド指数のウェイトを決定する上での標準的な**S&P ダウ・ジョーンズ・インデックス**のメソドロジーは、以下の通りです。

単一銘柄のキャッピング

単一銘柄キャッピング・メソドロジーでは、指数におけるいかなる企業も各リバランス期間時点であらかじめ定められた一定のウェイトを超えることが認められません。各リバランス時点で各銘柄に上限ウェイトを割り当てるための手順は以下の通りです：

1. リバランス基準日に反映されたデータを踏まえ、各銘柄は浮動株調整後時価総額によりウェイト付けされます。
2. $X\%$ を超えるウェイトの銘柄がある場合（指数において認められる最大ウェイトが $X\%$ の場合）、その銘柄のウェイトは $X\%$ が上限となります。
3. 全ての超過ウェイトは指数内の上限に達していない全ての銘柄に比例再配分されます。
4. この再配分の後、 $X\%$ を超えるウェイトの銘柄が他にない場合、 $X\%$ の上限ウェイトを超える銘柄がなくなるまでこの手順が繰り返されます。

単一企業及び集中制限のキャッピング

単一企業及び集中制限のキャッピング・メソッドロジーでは、指数におけるいかなる銘柄もあらかじめ定められた一定のウェイトを超えることは認められず、またウェイトが一定量を超える全て企業はグループとして、あらかじめ定められた総ウェイトを超えることは認められません。この一つの例は**4.5%/22.5%/45%**キャッピング（以下の例における**B/A/C**）です。どの単一銘柄も、指数の**22.5%**を超えることは認められず、指数のウェイトが**4.5%**を超える全ての銘柄はグループとして、指数の**45%**を超えることはできません。各リバランス時点で各銘柄に上限ウェイトを割り当てるための手順は以下の通りです：

1. リバランス基準日に反映されたデータを踏まえ、各銘柄は浮動株調整後時価総額によりウェイト付けされます。
2. **A%**を超えるウェイトの銘柄がある場合（指数において認められる最大ウェイトが**A%**の場合）、その銘柄のウェイトは**A%**が上限となります。
3. 全ての超過ウェイトは指数内の上限に達していない全ての銘柄に比例再配分されます。
4. この再配分の後、**A%**を超えるウェイトの企業が他にある場合、**A%**の上限ウェイトを超える企業がなくなるまでこの手順が繰り返されます。
5. **B%**を超える銘柄の合計は総ウェイトの**C%**を超えることはできません。
6. ステップ5のルールに違反した場合、全ての企業はウェイトの高い順にランク付けされ、**C%**の制限を超える要因になった最も低いウェイトの銘柄が特定されます。次に、ステップ5のルールを満たす、または**B%**に達するまで対象企業のウェイトを減らしていきます。
7. この超過ウェイトは、**B%**よりウェイトの低い全ての銘柄に比例再配分されます。ウェイトを受け取るいずれの銘柄も**B%**の上限を超えることはできません。このプロセスは、ステップ5のルールが満たされるか、または全ての銘柄が**B%**を超えるかまたは同等になるまで繰り返されます。
8. ステップ5のルールに依然として違反しており、全ての銘柄が**B%**を超えるかまたは同等のウェイトとなる場合、**C%**の制限を超える要因になった最も低いウェイトの銘柄が特定されます。次に、ステップ5のルールを満たす、または**B%**に達するまで対象企業のウェイトを減らしていきます。
9. この超過ウェイトは、**B%**よりウェイトの低い全ての企業に比例再配分されます。ウェイトを受け取るいずれの銘柄も**A%**の銘柄の上限を超えることはできません。このプロセスは、ステップ5のルールが満たされるまで繰り返されます。

複数の特性にわたりキャッピング・ルールを使用する指数に関して、**S&P**ダウ・ジョーンズ・インデックスは、キャッピング・ルールを満たす最適化プログラムを利用します。最適化の目的は、指数内の銘柄の上限を制限する前のウェイトと最終的な上限ウェイトとの差を最小化することにあります。

純粋スタイル指数

2005年に導入されたS&P純粋スタイル指数に関して、銘柄のウェイトは、指数の銘柄選択プロセスで用いられたのと同じ尺度である、グロースまたはバリュースコアの尺度に依り異なります。ここでは、これらの指数がどのように計算されるかについて説明しています。銘柄の選択はS&P米国スタイル指数メソドロジー資料において説明されています。

純粋グロース・スタイル指数及び純粋バリュー・スタイル指数の両指数があります。銘柄選択プロセスの下で、各銘柄はグロース・スコアとバリュースコアを有しています。これらのスコアは純粋グロース銘柄と純粋バリュー銘柄を識別するために用いられます。³純粋グロース指数には純粋グロース銘柄のみが含まれます。この指数における銘柄のウェイトはそのグロース・スコアにより決定されます。純粋バリュー指数についても同様です。

S&P純粋指数の計算の詳細については、当社のウェブサイト www.spdji.com に掲載されているS&P米国スタイル指数メソドロジーを参照ください。

³一つの銘柄が純粋なグロース及び純粋なバリューの両方であることはありませんが、純粋なグロースまたは純粋なバリューのいずれでもないことはあります。

加重リターン指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの加重リターン指数は、特定のウェイト・ルールを用いて 2 つまたはそれ以上の原指数のリターンを合わせて、新しい独自の指数リターン・シリーズを構築したものです。加重リターン・メソドロジーを用いる指数は、「複数の指数から成る指数」とも呼ばれる場合があります。加重リターン指数にはキャッシュ部分が含まれることがあります。この部分は、これらの指数の都合上、原指数として扱われます。

任意の取引日 t に、指数は、前のページで詳述されているような要素指数を使用して、以下のように計算されます。

$$\text{指数}_t = \text{指数}_{PB} * (1 + \text{指数リターン}_t) \quad (22)$$

$$\text{指数リターン}_t = \sum_{i=1}^n w_i R_i \quad (23)$$

ここでは：

指数_{PB} = 前回のリバランス日における指数価値

w_i = 指数 i のウェイト

R_i = 前回のリバランス日から t までの代表的な資産クラス i の累積リターン

レバレッジ指数及びインバース指数

株式のレバレッジ指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのレバレッジ指数は、原指数の複数倍のリターンを生み出すように設計されており、投資家はキャッシュ・ポジションを超えたエクスポージャーを得るために資金を借り入れます。アプローチとしては、まず原指数を計算し、その次にレバレッジ指数の日次リターンを計算し、最後に、日次リターンにより前回の価値を増加させることにより、レバレッジ指数の現在の価値を計算します。原指数の計算に変更はありません。

レバレッジ指数の日次リターンは2つの部分から構成されます：(1) 原指数のトータル・ポジションのリターンから、(2) レバレッジのための借入コストを減じる：

レバレッジ指数の数式は以下のようになります：

$$\text{レバレッジ指数のリターン} = K * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right) - (K-1) * \left(\frac{\text{借入金利}}{360} \right) * D_{t,t-1} \quad (24)$$

方程式 (24) では、借入金利がレバレッジ指数価値に適用されています。これは、借入資金を表します。これを踏まえ、時間 t におけるレバレッジ指数価値は以下のように計算されます：

$$\text{レバレッジ指数の価値}_t = (\text{レバレッジ指数の価値}_{t-1}) * (1 + \text{レバレッジ指数のリターン}) \quad (25)$$

(24) を (25) に代入し、(25) の右辺を拡大させると以下のようになります：

$$\begin{aligned} \text{レバレッジ指数の価値}_t = \\ \text{レバレッジ指数の価値}_{t-1} * \left[1 + \left[K * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right) - (K-1) * \left[\frac{\text{借入金利}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \end{aligned} \quad (26)$$

ここでは：

$K(K-1)$ = レバレッジ・レシオ

- $K=1$, レバレッジなし
- $K=2$, エクスポージャー = 200%
- $K=3$, エクスポージャー = 300%

借入金利 = 2つの一般的な例として、米国では翌日物 LIBOR、或いは欧州ではユーロ圏無担保翌日物平均金利 (EONIA)

$D_{t,t-1}$ = t と $t-1$ の日付の間の暦日数

レバレッジなしの場合 (K=1)、

$$\text{レバレッジ指数の価値}_t = \text{レバレッジ指数の価値}_{t-1} \left[\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right] \quad (27)$$

レバレッジ・ポジションは日々リバランスされます。これは、先物ベースの複製からの支払いと一致しています。

株式のレバレッジ指数 (借入コストなし)

一部のケースでは、関連レバレッジの資金調達から生じるコストを考慮しないレバレッジ指数が計算されます。これらの指数に関して数式 (24) 及び (26) では、借入金利はゼロに設定され、計算は上記に従います。

株式のインバース指数

S&Pダウ・ジョーンズ・インデックスのインバース指数は、原指数のショート・ポジションを保有することにより、原指数と反対のパフォーマンスを提供するように設計されています。投資家がショート・ポジションを保有する場合、借株の配当と金利を支払う必要があります。指数の計算はレバレッジ指数と同様の一般的なアプローチに従っており、いくつか調整が行われます：第一に、原指数のリターンはプラスマイナスが逆となり、原指数のトータル・リターンに基づくものとなるため、配当や価格の動きが含まれます。第二に、借株コストは含まれませんが、初期投資から得られる金利と、原指数の証券の空売りから生じる収益から得られる金利を反映するために調整が行われます。こうした前提は業界における通常の慣習を反映しています。⁴

インバース指数のリターンを計算するための一般的な数式は：

$$\begin{aligned} \text{インバース指数のリターン} = & -K * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right) \\ & + (K + 1) * \left(\frac{\text{貸出金利}e}{360} \right) D_{t,t-1} \end{aligned} \quad (28)$$

ここでは、右辺の最初の項は対象指数のトータル・リターンを示し、右辺の2つ目の項は初期投資から得られる金利及び空売りによる収益から得られる金利を示しています。

上記のレバレッジ指数と同様にこの数式を展開すると、以下のようになります：

インバース指数の価値 $_t =$

$$\text{インバース指数の価値}_{t-1} * \left[1 - \left[K * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right) - (K + 1) * \left[\frac{\text{貸出金利}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \quad (29)$$

ここでは：

K (K 1) = レバレッジ・レシオ

- K=1, エクスポート・レシオ=-100%
- K=2, エクスポート・レシオ=-200%

⁴借株コストを含めるため、或いは空売りによる収益や初期投資から得られる金利を除外するため、単純な調整が行われる可能性があります。

- $K = 3$, エクスポートジャー = -300%

借入金利 = 2つの一般的な例として、米国では翌日物 LIBOR、或いは欧州ではユーロ圏無担保翌日物平均金利 (EONIA)

$D_{t, t-1}$ = t と $t-1$ の日付の間の暦日数

レバレッジなしの場合 ($K=1$)、

インバース指数の価値 $_t =$

$$\text{インバース指数の価値}_{t-1} * \left[1 - \left[\left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right) - (2) * \left[\frac{\text{貸出金利}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \quad (30)$$

インバース・ポジションは日々リバランスされます。このポジションは、先物ベースの複製からの支払いと一致しています。

株式のインバース指数 (借入コストなし)

一部のケースでは、金利収入を考慮しないインバース指数が計算されます。これらの指数に関して数式 (28) 及び (29) では、貸付金利はゼロに設定され、計算は上記に従います。

先物のレバレッジ指数及びインバース指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの先物ベースのレバレッジ指数は、原指数の複数倍のリターンを生み出すように設計されており、投資家はキャッシュ・ポジションを超えたエクスポートジャーを得るために資金を借り入れます。

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの先物ベースのインバース指数は、原指数のショート・ポジションを保有することにより、対象指数と反対のパフォーマンスを提供するように設計されています。

アプローチとしては、まず原指数を計算し、その次にレバレッジ指数またはインバース指数の日次リターンを計算します。先物ベースの原指数の計算に変更はありません。

レバレッジ指数またはインバース指数は日々または定期的にはリバランスされることがあります。

日々リバランスされるレバレッジ先物指数またはインバース先物指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの先物ベースのレバレッジ指数またはインバース指数が日々リバランスされる場合、指数の超過リターンは、原指数の複数倍となり、以下の通り計算されます。

$$\text{指数の超過リターン}_t = \text{指数の超過リターン}_{t-1} * \left(1 + \left(K * \left(\frac{\text{原指数の超過リターン}_t}{\text{原指数の超過リターン}_{t-1}} - 1 \right) \right) \right) \quad (31)$$

ここでは：

$K (K \neq 0)$ = レバレッジ/インバース・レシオ

- $K = 1$, レバレッジなし
- $K = 2$, レバレッジ・エクスポートジャー = 200%

- K = 3, レバレッジ・エクスポージャー = 300%
- K = -1, インバース・エクスポージャー = -100%

各指数のトータル・リターン・バージョンが計算され、これには特定の金利（例えば、91 日物米国債の金利）に基づく指数の想定元本に対して発生する利息が含まれます。

$$\text{指数のトータル・リターン}_t = \text{指数のトータル・リターン}_{t-1} * \left(\left(\frac{\text{指数の超過リターン}_t}{\text{指数の超過リターン}_{t-1}} \right) + TBR_t \right) \quad (32)$$

ここでは：

指数のトータル・リターン_{t-1} = 前営業日の指数のトータル・リターン

TBR_t = 米短期国債のリターンであり、次の数式により決定されます。

$$TBR_t = \left[\frac{1}{1 - \frac{91}{360} * TBAR_{t-1}} \right]^{\frac{\Delta t_t}{91}} - 1 \quad (33)$$

Δt_t = 現在と前営業日と間の暦日数

TBAR_{t-1} = 前営業日に有効な 91 日米短期国債の直近の週で最も高いディスカウント・レート。⁵

定期的にはリバランスされるレバレッジ先物指数またはインバース先物指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの先物ベースのレバレッジ指数またはインバース指数が定期的（例えば、週次、月次、四半期ごと）にリバランスされる場合、指数の超過リターンは、直近のリバランス営業日以降における原指数の複数倍となり、以下の通り計算されます。

$$\text{指数の超過リターン}_t = \text{指数の超過リターン}_{t_LR} * \left(1 + \left(K * \left(\frac{\text{原指数の超過リターン}_{ER_t}}{\text{原指数の超過リターン}_{t_LR}} - 1 \right) \right) \right) \quad (34)$$

ここでは：

指数の超過リターン_{t_LR} = 直近リバランス日 (t_LR) の指数の超過リターン

原指数の超過リターン_{t_LR} = 直近リバランス日 (t_LR) の原指数の超過リターン

t_LR = 直近リバランスの営業日

⁵一般に、金利は毎週月曜日に米財務省が発表します。月曜日が銀行休業日の場合、金曜日の金利が適用されます。

$K (K \neq 0) = \text{レバレッジ/インバース・レシオ}$

- $K = 1$, レバレッジなし
- $K = 2$, レバレッジ・エクスポージャー = 200%
- $K = 3$, レバレッジ・エクスポージャー = 300%
- $K = -1$, インバース・エクスポージャー = -100%

各指数のトータル・リターン・バージョンが計算され、これには 91 日物米国債の金利に基づく指数の想定元本に対して発生する利息が含まれます。この数式は、(32) 及び (33) と同じです。

トータル・リターンの計算

前述の考察は株価指数に関するものであり、指数水準の変化は株価の変化を反映します。トータル・リターン指数では、指数水準の変化が株価の動きと配当金収入の再投資の両方を反映します。トータル・リターン指数は、原株価指数と連動し、配当を支払う特定の銘柄ではなく指数全体における配当金収入を再投資するポートフォリオで得られるトータル・リターンを表します。

トータル・リターンの構築は株価指数とは異なり、株価指数及び日次の配当リターン総額から指数を構築します。最初のステップは特定の日に支払われる配当総額を計算し、この数値を株価指数のポイントに換算することです：

$$\text{日次の配当総額} = \sum_i \text{配当}_i * \text{株数}_i \quad (35)$$

ここでは、配当は銘柄 i に対して支払われる 1 株当たりの配当金であり、株数はその銘柄の株数です。各取引日についてこの計算が行われます。配当 i は四半期ごとの配当金支払いに対する権利落ちとなる年 4 回を除けば通常ゼロになります。また、月次、半年ごと、年次に配当金を支払う銘柄もあります。一部の銘柄は配当金の支払いがなく、配当は常にゼロになります。日次の配当総額はドルで測定されます。この配当総額を原株価指数の除数で除することにより指数ポイントに換算します：

$$\text{日次の} \\ \text{指数の配当部分のポイント} = \frac{\text{配当総額}}{\text{除数}} \quad (36)$$

次のステップは、金融商品におけるトータル・リターンの通常の定義を株価指数に適用することです。方程式(35)ではその定義を与え、方程式(36)ではそれを指数に適用しています：

$$\text{トータル・リターン} = \left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} \right) - 1 \quad (37)$$

及び

$$DTR_t = \left(\frac{\text{指数水準}_t + \text{指数の配当部分のポイント}_{t-1}}{\text{指数水準}_{t-1}} - 1 \right) \quad (38)$$

ここでは、トータル・リターン及び指数の日次のトータル・リターン (DTR) は分数で表されます。 DTR はトータル・リターン指数を当日から翌日へアップデートするために用いられます：

$$\text{トータル・リターン指数}_t = \text{トータル・リターン指数}_{t-1} * (1 + DTR_t) \quad (39)$$

正味トータル・リターンの計算

配当金から控除された税金を説明するために、正味トータル・リターンの計算式が用いられます。この計算は、前述のトータル・リターンのセクションで説明した計算と同じですが、それぞれの配当金は支払によって発生した税金を考慮して調整されます。

最初のステップで計算式に源泉徴収税率を挿入することで、必要な作業は終わりです。その時点からの計算は同様に続けていくことができます。

$$\text{日次配当金総額} = \sum_i \text{配当金}_i * \text{株数}_i * (1 - \text{源泉徴収税率}_i) \quad (40)$$

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのグローバル指数で使用される税率は、ルクセンブルグの投資家を対象にした税率です。しかし、国内の指数ファミリーでは、国内投資家の観点による税率が適用されます。

フランキング・クレジット調整後トータル・リターン指数

追加のトータル・リターン指数が多くの S&P / ASX 指数で利用可能であり、この指数では、現金配当に付随するフランキング・クレジットの税効果を調整します。この指数では2つの投資家セグメントに関連する税率を使用しています。1つのバージョンでは非課税投資家に適用する 0%の税率を使用し、もう1つのバージョンではスーパーアニュエーション基金に適用する 15%の税率を使用しています。普通現金配当と特別現金配当の両方に付随しているフランキング・クレジットは、それぞれの計算方法の中に含まれています。フランキング・クレジット調整後トータル・リターン指数に再投資される総配当ポイントは以下の通り計算されます。

フランキング・クレジット調整後トータル・リターン指数に再投資される総配当ポイントは以下の通り計算されます：

$$\text{グロスアップ配当} = [\text{報告された配当額} * (1 - \% \text{ 税控除分}) + (\text{報告された配当額} * \% \text{ 税控除分} / (1 - \text{法人税率}))] \quad (41)$$

次に、投資家税率（非課税投資家の 0%、スーパーアニュエーション基金の 15%）に基づきフランキング・クレジットの正味の税効果が計算されます。

$$\text{正味税効果} = [\text{グロスアップ配当} * (1 - \text{投資家税率})] - \text{報告された配当額} \quad (42)$$

次に、各配当の正味税効果に企業の指数における株数を乗じて、総配当の時価総額を計算します。

$$\text{総配當時価総額} = \text{正味税効果} * \text{指数における株数} \quad (43)$$

次に、その日の全ての配当額を合計し、指数除数で割ることで配当ポイントに変換されます。

$$\text{総配当ポイント} = \text{総配當時価総額の合計} / \text{指数除数} \quad (44)$$

フランキング・クレジット調整後年間トータル・リターン指数：この指数シリーズでは日次の総配当ポイントを蓄積し、会計年度終了後に毎年、指数に再投資されます。再投資は、6月30日以降の最初の取引日の市場終了時に行われます。総配当ポイントは総配當時価総額の値（報告された配當時価総額よりも少ない額）を取り、それぞれの配当の権利落ち日に有効な指数除数によりその値を除することにより得られます。

フランキング・クレジット調整後日次トータル・リターン指数：この指数シリーズでは、総配当ポイントを蓄積するのではなく、権利落ち日の市場終了時に日次ベースで指数に総配当金額を再投資します。

指数のファンダメンタルズ

指数は市場状況を測定するため、または1株当たり利益（EPS）、株価収益率、配当利回りなどのような尺度を通じて市場間や、銘柄と指数の間のバリュエーションを評価するためにしばしば用いられます。指数があたかも一つの会社の株価を表しているかのように、指数は除数を用いて計算されます。指数のEPSについて基本的なフォーマットを説明します：

$$\text{指数のEPS} = \frac{\sum_i \text{eps}_i * \text{株式数}_i}{\text{除数}} \quad (45)$$

ここでは、「指数のEPS」は指数全体のEPSであり、 eps_i は銘柄*i*のEPS、 株式数_i は数値に組み込まれたIWFなどの調整を伴う指数を計算するために用いられる株数です。計算が均等加重または特性加重指数を参照する場合、計算はそれらの指数に対して定義された株数を用います（必要に応じて、*C*株数や*M*株数）。

指数の株価収益率は単に指数のEPSに対する指数水準（または株価）の比率です。時価総額加重指数では、これは指数の時価総額合計を指数の全ての企業の総収益で除することにより銘柄レベルのデータから直接計算することもできます。この計算では、分母の除数項目は省かれます：

$$\text{指数のPE} = \frac{\frac{\sum P_i * \text{株数}_i}{\text{除数}}}{\frac{\sum \text{eps}_i * \text{株数}_i}{\text{除数}}} \quad (46)$$

同様の一般的アプローチは、1株当たり純資産、株価純資産倍率、株価配当比率（すなわち、配当利回り）などといった様々な指数のファンダメンタルズ及び比率に対して用いることが可能です。

配当指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの配当指数は原指数の構成銘柄からの配当支払総額に連動するように設計されています。この指数水準は原指数の構成銘柄の配当の現在までの合計額に基づいています。一部の指数では通常、四半期ごとまたは年 1 回、定期的にゼロにリセットします。したがって、この指数は前回のリバランス日、または定期的にリセットしない指数では基準日以降に原指数で支払われた配当総額を測定します。四半期指数では、この指数は四半期の最終月の第三金曜日の取引終了後にゼロにリセットし、先物及びオプションの期限に合わせます。年次指数では、この指数は 12 月の第三金曜日の取引終了後にゼロにリセットし、先物及びオプションの期限に合わせます。

所与の原指数 x に関して、特定の t 日における配当指数を計算するための公式は以下の通りです：

$$\text{配当指数}_{t,x} = \sum_{i=r+1}^t ID_{i,x} \quad (47)$$

ここでは：

- $ID_{i,x}$ = i 日における原指数 x の指数の配当
- t = 現在の日付
- $r+1$ = 指数のリセット日直後の取引日

原指数の指数配当 (ID) は、特定の日に指数の全ての構成銘柄の総配当価値を指数除数で除して計算されます。総配当価値は、1 株当たり配当の合計額に、対象日に配当権利を有する指数の全ての構成銘柄の発行済株数を乗じて計算されます。指数配当の計算に関する詳細については、前述の *トータル・リターン計算* のセクションを参照ください。

リスク・コントロール指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのリスク・コントロール指数は、ボラティリティ水準のコントロールを目的として、ダイナミックなエクスポージャーを原指数に適用する戦略のリターンに連動するように設計されています。

この指数には、実現ヒストリカル・ボラティリティに基づき変化するレバレッジ・ファクターが含まれます。実現ボラティリティが目標ボラティリティ水準を上回った場合、レバレッジ・ファクターは1より小さくなります。一方、実現ボラティリティが目標ボラティリティ水準を下回る場合、指数が1を超えるレバレッジ・ファクターを容認すると仮定すれば、レバレッジ・ファクターは1より大きくなる場合があります。特定のリスク・コントロール指数は、超えることのできない最大レバレッジ・ファクターを有することがあります。この指数が定められた目標を達成するという保証はありません。

この指数のリターンは2つの要素から成っています：(1) 原指数のポジションにおけるリターン及び(2) 金利コストまたは金利収入、ただし、ポジションがレバレッジを伴っているか、またはレバレッジを解消しているかに依って異なります。

レバレッジ・ファクターが1より大きい場合はレバレッジを伴うポジション、1に等しい場合はレバレッジのないポジション、1より小さい場合はレバレッジを解消したポジションを表します。レバレッジ・ファクターは、定められたスケジュールで定期的に変化することがあり、ボラティリティがあらかじめ定められたボラティリティ閾値を上回った場合または下回った場合に変化することもあります。

株価指数に関して、原指数の総ウェイトの15%以上を占める銘柄が取引所休日のため取引を行っていない場合における指数計算日の取引終了時点では、レバレッジ・ファクターは変化しません。各原指数のリバランス時点で、その時の各銘柄のウェイトを用いてレバレッジ・ファクターが計算されます。かかる日に関する今後の日程が決定され、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのウェブサイト www.spdji.com に掲示されます。

リスク・コントロール指数を計算するための公式は以下の通りです：

$$\text{リスク・コントロール 指数のリターン}_t = \quad (48)$$

$$K_{rb} * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[\prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{金利}_{i-1} * D_{i-1,i} / 360) - 1 \right]$$

t 時点におけるリスク・コントロール指数は以下のように計算できます：

$$\text{リスク・コントロール 指数の価値}_t = \quad (49)$$

$$(\text{リスク・コントロール 指数の価値}_{rb}) * (1 + \text{リスク・コントロール 指数の価値}_t)$$

方程式(48) を (49)に代入し、展開すると以下ようになります：

リスク・コントロール指数の価値_t=

$$\text{リスク・コントロール 指数の価値}_{rb}^* = \left[1 + \left[K_{rb} * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[\prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{金利}_{e_{i-1}} * D_{t-1,i} / 360) - 1 \right] \right] \right] \quad (50)$$

ここでは：

原指数_t = t日における原指数の水準

原指数_{rb} = 前回のリバランス日時点の原指数の水準

rb = 直近の指数リバランス日。⁶

K_{rb} = 直近のリバランス日に定められたレバレッジ・ファクターであり、以下のように計算されます：

Min(Max K, 目標ボラティリティ/実現ボラティリティ_{rb-d})

Max K = 指数において許容される最大レバレッジ・ファクター

d = ボラティリティが観察された日とリバランス日の間の日数。（例えば、d=2の場合、リバランス日の2日前の取引終了時点の原指数のヒストリカル・ボラティリティが、レバレッジ・ファクターK_{rb}を計算するために用いられます。）

目標ボラティリティ = 指数に対して設定されたボラティリティの目標水準

実現ボラティリティ_{rb-d} = 前回のリバランス日 rb 以前の d 取引日の取引終了時点の原指数の実現ヒストリカル・ボラティリティ。ここでは、取引日は原指数が計算される日として定義されます。

金利_{i-1} = 指数に対して定められた一連の金利。⁷

3ヶ月金利でのロールオーバーを複製する指数に関して、上記の公式は以下のように改められます：

リスク・コントロール指数の価値_t=

$$\text{リスク・コントロール 指数の価値}_{rb}^* = \left[1 + \left[K_{rb} * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{rb}} - 1 \right) + (1 - K_{rb}) * \left[\prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{金利}_{i-1}) - 1 \right] \right] \right] \quad (51)$$

⁶各リスク・コントロール指数の指数算出開始日がその指数の最初のリバランス日とみなされます。

⁷金利は LIBOR や EONIA などの翌日物レートか、或いは3ヶ月金利におけるロールオーバーの日次評価、またはゼロになります。米国の銀行における慣行に従って金利計算については1年を360日と仮定します。

ここでは：

$$\text{金利}_{i-1} = (D_{i-1,i} * IR3M_{i-1} - (IR3M_{i-1} - IR3M_{i-2} - D_{i-1,i} * (IR3M_{i-1} - IR2M_{i-1}) * (1/30)) * 90) / 360$$

ここで：

$D_{i-1,t}$ = $i-1$ 日と t 日の間の暦日数

$IR3M_{i-1}$ = $i-1$ 日における 3 ヶ月金利

$IR2M_{i-1}$ = $i-1$ 日における 2 ヶ月金利

毎日リバランスが行われる指数に関して、対象指数の総ウェイトの 15%以上を占める銘柄が取引所休日のため取引を行っていない場合における指数計算日の取引終了時点で、レバレッジ・ファクターは再計算されません。 rb が休日の場合、 K_{rb} は以下のように計算されます：

$$K_{rb} = K_{rb-1} * \left(\frac{\text{原指数}_{rb}}{\text{原指数}_{rb-1}} \right) / \left(\frac{\text{リスク・コントロール 指数の価値}_{rb}}{\text{リスク・コントロール 管理指数の価値}_{rb-1}} \right)$$

かかる日にポジションの調整が生じることが認められないことから、これにより rb にどのような影響が及ぶかを示しています。レバレッジ・ファクターは単独で調整され、その日の市場の動きを考慮します。

定期的にはリバランスが行われるリスク・コントロール指数に関して、 K_{rb} は各リバランス時に計算され、次のリバランスまで一定に保たれます。

大幅なポジションの動きに関して、周期性が毎日より長い場合、一部の投資家は期間中にリスク・コントロール指数のリバランスを行うことを好みます。この特徴は、レバレッジ・ファクターに限界 K_b を導入することによりリスク・コントロールの枠組みに組み込まれています。 t 時点における株式レバレッジ・ファクター K_t の絶対的変化が、直近のリバランス日時点における価値に基づく限界 K_b よりも大きい場合にのみ、期間中のリバランスが認められます。

株式レバレッジ・ファクター K_t は以下のように計算されます：

$$K_t = \text{最小値}(\text{最大値 } K, \text{ 目標ボラティリティ} / \text{実現ボラティリティ}_{t-d})$$

限界が指数に対して設定されていない場合、期間中のリバランスは認められません。

超過リターン指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの超過リターン指数は原指数における一時的な借入による投資に連動するように設計されています。言い換えれば、超過リターン指数は、投資が借入資金を用いて行われた場合における指数の投資リターンを計算します。したがって、超過リターン指数のリターンは原指数のリターンから関連借入コストを減じたものに等しくなります。ほとんどの S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの超過リターン指数の水準は、一時的な借入によるポジションを反映しています。

超過リターン指数を計算する公式は以下の通りです：

$$\text{超過リターン} = \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-1}} - 1 \right) - \left(\frac{\text{借入金利}}{360} \right) * D_{t,t-1} \quad (52)$$

t 時点における超過リターン指数の価値は以下のように計算することができます：

$$\text{超過リターン指数の価値}_t = (\text{超過リターン指数の価値}_{t-1}) * (1 + \text{超過リターン}) \quad (53)$$

公式(52)を(53)に代入し、(53)の右式を展開すると以下のようになります：

$$\begin{aligned} \text{超過リターン指数の価値}_t = \\ \text{超過リターン指数の価値}_{t-1} * \left[1 + \left[\left(\frac{\text{原指数}}{\text{原指数}} - 1 \right) - \left[\frac{\text{借入金利}}{360} \right] * D_{t,t-1} \right] \right] \end{aligned} \quad (54)$$

ここでは

借入金利 = 投資資金の借入金利であり、各超過リターン指数によって異なります。⁸

$D_{t,t-1}$ = t 日と $t-1$ 日の間の暦日数

⁸一般に、米国では翌日物 LIBOR、または欧州では EONIA など、通常翌日物レートが用いられます。ただし、一部のケースではその他の金利が用いられることもあります。米国の銀行における慣行に従って金利計算において 1 年を 360 日と仮定します。

指数の加重ボラティリティ

実現ボラティリティは、2つの指数の加重移動平均の最大値として計算されます。1つは短期のボラティリティ、もう1つは長期のボラティリティを測定します。

$$\text{実現ボラティリティ}_t = \max(\text{実現ボラティリティ}_{S,t}, \text{実現ボラティリティ}_{L,t})$$

ここで：

S,t = t 時点における短期のボラティリティであり、以下のように計算されます：

$$\begin{aligned} \text{実現ボラティリティ}_{S,t} &= \sqrt{\frac{252}{n} * \text{分散}_{S,t}} \\ \text{for } t > T_0 & \\ \text{分散}_{S,t} &= \lambda_S * \text{分散}_{S,t-1} + (1 - \lambda_S) * \left[\ln\left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-n}}\right) \right]^2 \end{aligned} \tag{55}$$

for $t = T_0$

$$\text{分散}_{S,T_0} = \sum_{i=m+1}^{T_0} \frac{\alpha_{S,i,m}}{\text{ウェイト付けファクタ}_S} * \left[\ln\left(\frac{\text{原指数}_i}{\text{原指数}_{i-n}}\right) \right]^2$$

L,t = t 時点における長期のボラティリティであり、以下のように計算されます：

$$\text{実現ボラティリティ}_{L,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{分散}_{L,t}} \tag{56}$$

for $t > T_0$

$$\text{分散}_{L,t} = \lambda_L * \text{分散}_{L,t-1} + (1 - \lambda_L) * \left[\ln\left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{t-n}}\right) \right]^2$$

for $t = T_0$

$$\text{分散}_{L,T_0} = \sum_{i=m+1}^{T_0} \frac{\alpha_{L,i,m}}{\text{ウェイト付けファクタ}_L} * \left[\ln\left(\frac{\text{原指数}_i}{\text{原指数}_{i-n}}\right) \right]^2$$

ここでは：

T_0 = 所与のリスク・コントロール指数の開始日

- n = ボラティリティを決定するために用いられるリターン計算に固有の日数。⁹
 m = T_0 より N^{th} 前の取引日
 N = 指数の開始日時点における当初の分散を計算するために観察される取引日数

λ_S = 指数の ウェイト付けに用いられる短期減衰ファクター。¹⁰

λ_L = 指数のウェイト付けに用いられる長期減衰ファクター。¹⁰

$\alpha_{S,m,t}$ = 短期のボラティリティ計算における t 日のウェイト。以下の公式に基づいて計算されます：

$$\alpha_{S,t} = (1 - \lambda_S) * \lambda_S^{N+m-i}$$

ウェイト付けファクタ $\sigma_S = \sum_{i=m+1}^{T_0} \alpha_{S,i,m}$

$\alpha_{L,m,t}$ = 長期のボラティリティ計算における t 日のウェイト。以下の公式に基づいて計算されます：

$$\alpha_{L,t} = (1 - \lambda_L) * \lambda_L^{N+m-i}$$

ウェイト付けファクタ $\sigma_L = \sum_{i=m+1}^{T_0} \alpha_{L,i,m}$

金利、最大レバレッジ、目標ボラティリティ及びラムダ減衰ファクターは、各指数に関して定められ、通常、指数の存続期間を通して一定に保たれます。レバレッジ・ポジションは、実現ボラティリティの変化に基づいて各リバランス時に変更します。実現ボラティリティに対する目標ボラティリティの比率に基づくレバレッジ・ファクターの計算と、指数におけるそのレバレッジ・ファクターの実行の間には2日間のタイムラグがあります。

上の公式はパラメーターの適切な選択によって、よりシンプルなモデルに利用することが可能です。例えば、短期及び長期の減衰ファクター λ_S 及び λ_L が同じ値（例えば5%）に設定された場合、短期のボラティリティ及び長期のボラティリティについて別々に考慮する必要がなくなります。

単純加重ボラティリティ

実現ボラティリティは、2つの単純加重移動平均の最大値として計算されます。1つは短期のボラティリティ、もう1つは長期のボラティリティを測定します。

実現ボラティリティ $\sigma_t = \max(\text{実現ボラティリティ}_{S,t}, \text{実現ボラティリティ}_{L,t})$

⁹ $n=1$ の場合、日次のリターンが用いられ、 $n=2$ の場合、2日間のリターンが用いられるなど。

¹⁰ 減衰ファクターは0よりも大きく、1よりも小さい数字であり、これにより、過去の分散の計算において各日次リターンのウェイトが決定されます。

ここでは：

S,t = t 時点における短期ボラティリティであり、以下のように計算されます：

$$\text{実現ボラティリティ}_{S,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{分散}_{S,t}}$$
$$\text{分散}_{S,t} = 1/N_S * \sum_{i=t-N_S+1}^t \ln\left(\frac{\text{原指数}_i}{\text{原指数}_{i-n}}\right)^2 \quad (57)$$

L,t = t 時点における長期のボラティリティであり、以下のように計算されます：

$$\text{実現ボラティリティ}_{L,t} = \sqrt{\frac{252}{n} * \text{分散}_{L,t}}$$
$$\text{分散}_{L,t} = 1/N_L * \sum_{i=t-N_L+1}^t \ln\left(\frac{\text{原指数}_i}{\text{原指数}_{i-n}}\right)^2 \quad (58)$$

ここでは：

n = ボラティリティを決定するために用いられるリターン計算に固有の日数。¹¹

N_S = 短期のボラティリティの分散を計算するために観察される取引日数

N_L = 長期のボラティリティの分散を計算するために観察される取引日数

先物に基づくリスク・コントロール指数

原指数が先物取引に基づく場合、リスク・コントロール・メソドロジーの大部分は前の6ページに記載された詳細に従います。ただし、特に指数のキャッシュ要素に関する場合、以下に詳細を述べるようにやや相違があります。

かかる指数に関しては、実現ヒストリカル・ボラティリティに基づいて変化するレバレッジ・ファクターが含まれています。実現ボラティリティが目標ボラティリティ水準を上回る場合、レバレッジ・ファクターは1より小さくなり、実現ボラティリティが目標レバレッジ水準を下回る場合、レバレッジ・ファクターは1より大きくなる場合があります。所与のリスク・コントロール指数が上回ることでない最大レバレッジ・ファクターを有することもあります。

株式リスク・コントロール指数に関して、リターンは次の2つの要素から成っています：(1) S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの原指数のポジションにおけるリターン及び(2) 金利コストまたは金利

¹¹ $n=1$ の場合、毎日のリターンが用いられ、 $n=2$ の場合、2日間のリターンが用いられるなど。

収入、ただし、ポジションがレバレッジをかけているか、またはレバレッジを解消しているかに依って異なります。先物に基づくリスク・コントロール指数に関して、原指数において投資目標を達成するための借入や貸付はありません。したがって、指数のキャッシュ要素は存在しません。

この場合も、レバレッジ係数が1より大きい場合はレバレッジをかけたポジション、1に等しい場合はレバレッジのないポジション、1より小さい場合はレバレッジを解消したポジションを表します。実現ヒストリカル・ボラティリティの変化に応じて、若しくはあらかじめ閾値が定められている場合に予想ボラティリティがかかる閾値を上回った時または下回った時に、レバレッジ・ファクターは一定の間隔をおいて変化する可能性があります。

リスク・コントロール超過リターン指数を計算するための公式は、主に方程式(48)から始まる方程式の詳細に従います。しかし、かかる指数については資金を調達しないため（初期投資資金を借り入れ、超過キャッシュを投資することを前提とする株式超過リターン指数の場合とは対照的に）、計算に用いられる金利は除外されます：

$$\text{リスク・コントロール 超過リターン指数の リターン}_t = K_{rb} * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{rb}} - 1 \right) \quad (59)$$

次に、 t 時点におけるリスク・コントロール超過リターン指数の価値は以下のように計算されます：

$$\begin{aligned} \text{リスク・コントロール 超過リターン指数の価値}_t &= \\ (\text{リスク・コントロール 超過リターン指数の価値}_{rb}) * (1 + \text{リスク・コントロール 超過リターン指数の リターン}_t) \end{aligned} \quad (60)$$

米短期国債の受取利息を含めるリスク・コントロール・トータル・リターン指数を計算するための公式以下の通りです：

$$\text{リスク・コントロール ・トータル・リターン 指数の リターン}_t = K_{rb} * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{rb}} - 1 \right) + \left[\prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{金利}_{i-1} * D_{i-1,i} / 360) - 1 \right] \quad (61)$$

次に、 t 時点におけるリスク・コントロール・トータル・リターン指数の価値は以下のように計算されます：

$$\begin{aligned} \text{リスク・コントロール ・トータル・リターン 指数の価値}_t &= \\ (\text{リスク・コントロール ・トータル・リターン 指数の価値}_{rb}) * (1 + \text{リスク・コントロール ・トータル・リターン} \end{aligned} \quad (62)$$

方程式(61)を(62)に代入し、展開すると以下のようになります：

$$\text{リスク・コントロール ・トータル・リターン 指数の価値}_t = \quad (63)$$

$$\text{リスク・コントロール 指数の価値}_{rb}^* \quad (63)$$

$$\left[1 + \left[K_{rb} * \left(\frac{\text{原指数}_t}{\text{原指数}_{rb}} - 1 \right) + \left[\prod_{i=rb+1}^t (1 + \text{金利}_{i-1} * D_{i-1,i} / 360) - 1 \right] \right] \right]$$

ここでは、方程式(59)-(63)における全ての変数は、以下を除き(48)-(50)において定義されたものと同じです：

金利_{i-1} = 指数に対して設定された金利。¹²

先物に基づくリスク・コントロール指数に関する指数の加重ボラティリティ

指数の加重ボラティリティに関する情報については 34 ページを参照ください。ただし、先物に基づくリスク・コントロール指数に関して、実現ボラティリティに対する目標ボラティリティの比率に基づくレバレッジ・ファクターの計算と、指数におけるそのレバレッジ・ファクターの実行の間には 3 日間のタイムラグがあります。

ダイナミック・ボラティリティ・リスク・コントロール指数

ダイナミック・ボラティリティ・リスク・コントロール指数では、ボラティリティ目標は指数の定義としては設定されていません。むしろボラティリティ目標はあらかじめ定められた日数を通して計算される VIX 指数の移動平均に基づく様々な水準で設定されます（例えば、30 日移動平均）。

分散に基づくリスク・コントロール指数

分散に基づくリスク・コントロール指数では、分散目標の水準は一つの目標ボラティリティ水準ではなく定められます。これは市場におけるボラティリティ又は分散の変化に基づき配分についてのより迅速なレバレッジやレバレッジ解消を可能にします。これらの指数については：

$$K_{rb} = \text{最小値(最大値 } K, \text{ 目標分散} / \text{ 実現分散}_{rb-d})$$

ここでは、分散は上記のように定義されます。

その他の全ての指数計算は変わりません。

¹² S&P GSCI のアプローチに従って、これらの指数の金利は 91 日物米国債金利です。米国の銀行における慣行に従って金利計算については 1 年を 360 日と仮定します。

リスク・コントロール 2.0 指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのリスク・コントロール 2.0 指数はリスク・コントロール指数であり、この指数では標準的リスク・コントロール戦略における投資のキャッシュ部分が流動性のある債券指数に置き換えられます。

この指数のポートフォリオは、 W のウェイトでリスク資産 A の指数、及び $(1-W)$ のウェイトで債券指数 B の 2 つの資産から成っています。ウェイト W は 0% から 100% までの範囲になります。この戦略では空売りやレバレッジは認められません。

構成銘柄のウェイト付け

原指数にウェイトを割り当てる公式は以下の数式により決定されます：

$$W^2 * \sigma_A^2 + (1-W)^2 * \sigma_B^2 + 2 * W * (1-W) * \rho * \sigma_A * \sigma_B = \sigma_{\text{目標}}^2 \quad (64)$$

ここでは：

$$\begin{aligned} W &= \text{リスク資産 A のウェイト;} \\ \sigma_A &= \text{リスク資産 A のボラティリティ;} \\ \sigma_B &= \text{債券指数 B のボラティリティ;} \\ \rho &= \text{指数 A と指数 B の相関;} \\ \sigma_{\text{Target}} &= \text{目標ボラティリティ} \end{aligned}$$

ボラティリティと相関の計算は、標準的リスク・コントロール戦略に関する前のセクションで概説したものと同一手順及び慣例に従います。

上記の二次方程式は指数 A に配分されるウェイトに対する 2 つの解を有しています：

$$\begin{aligned} W_1 &= (-b + \sqrt{b^2 - 4a * c}) / 2a \\ W_2 &= (-b - \sqrt{b^2 - 4a * c}) / 2a \end{aligned} \quad (65)$$

ここでは：

$$\begin{aligned} a &= \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 * \rho * \sigma_A * \sigma_B; \\ b &= \sigma_B^2 - \rho \sigma_A \sigma_B \\ c &= \sigma_B^2 - \sigma_{\text{目標}}^2 \end{aligned}$$

ウェイト W の解のフォールバック・メカニズム

1. 上記の方程式(65)の解がいずれも 0 から 100% の間にならなかった場合、この戦略は標準的なリスク・コントロールに後退し、最大レバレッジは 100% が上限となります。

2. 方程式(65)の解がいずれも 0%から 100%の範囲にある有効なウェイトである場合、この 2 つのうち大きいほうの解、最大値(W1、W2)がリスク資産 A のウェイトになり、最大レバレッジは指数のリスク・コントロール・パラメータにより定義される水準に制限されます。

元資産の最終ウェイトは以下のステップを用いて決定されます：

ステップ 1：短期パラメーターに基づきウェイトを決定

- a) リスク・コントロール指数」のセクションの方程式(55)における短期の共分散計算で示されたのと同様の公式を用いて資産 A と資産 B の短期の共分散を決定しますが、株式リターン²の 2 乗を、リスクの高い資産 A と資産 B のリターンの積に置き換えます。
- b) リスク・コントロール指数のセクションにおいて方程式(55)での短期の共分散の計算で表されたものと同じ公式を用いて資産 A と B の短期の共分散を決定します。ただし、株式リターン²の二乗をリスク資産 A と B の積に置き換えます。
- c) リスク・コントロール指数のセクションにおいて方程式(55)で表されたものと同じ方法でリスク資産 A 及び B それぞれの分散を測定することによりリスク資産 A 及び B の短期のボラティリティを決定します。
- d) 短期の共分散及び短期のボラティリティを測定することにより A と B の短期の相関を決定します。
- e) 上の方程式 64 及び 65 を用いて A と B のウェイトの水準見込みを決定します。

ステップ 2：長期パラメーターに基づきウェイトを決定

リスク・コントロール指数のセクションにおいて方程式(56) で表された長期のパラメーターで、上記のステップ 1 の(a)から(e)を繰り返します。

ステップ 3：最終ウェイト W を決定

リスク資産 A のウェイトはステップ 1 とステップ 2 で決定された A のウェイトのうち低いほうのウェイトに等しく設定されます。

リスク・コントロール 2.0 指数の超過リターンは以下のように計算されます：

$$\text{リスク・コントロール 2.0の超過リターン}_t = W * \text{指数}_A \text{ 超過リターン}_t + (1-W) * \text{指数}_B \text{ 超過リターン}_t \quad (66)$$

また、リスク・コントロール 2.0 指数の価値は：

$$\text{リスク・コントロール 2.0指数の価値}_t = \text{リスク・コントロール 2.0指数の価値}_{t-1} * (1 + \text{リスク・コントロール 2.0の超過リターン}_t) \quad (67)$$

ここでは、

リスク・コントロール 2.0指数の価値_{t-1} は直近のリバランス時点における指数価値です。

リスク・コントロール 2.0 トータル・リターン指数は同様の方法で計算され、ここでは、トータル・リターンは原指数のトータル・リターンの加重和になります。

リスク・コントロール 2.0 は前のセクションに詳述された標準的リスク・コントロールの拡張版です。リスク・コントロール 2.0 に用いられるパラメーターは、標準的リスク・コントロール・メソドロジーで計算された方法に正確に従います。

為替ヘッジ指数

為替ヘッジされた指数は、為替リスクのヘッジを行うグローバル指数運用戦略（構成銘柄のリスクはヘッジされない）のリターンを示すように設計されています。¹³

為替ヘッジ戦略を用いる投資家は為替変動リスクの回避を目指しており、為替変動による利益を諦めています。為替先渡取引を売却することにより、グローバル投資家は為替レートを確定し、為替リスクを管理することができます。先渡取引による利益（損失）は、通貨価値の損失（利益）により相殺されるため、通貨へのエクスポージャーも相殺されます。

リターンの定義

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの標準為替ヘッジ指数は、1ヶ月ごとにロールオーバーされる先渡取引を利用し、期初におけるバランスをヘッジすることで計算されます。ヘッジされる額は毎月調整されます。

リターンは以下のように定義されます：

$$\text{為替リターン} = \left(\frac{\text{期末のスポット・レート}}{\text{期初のスポット・レート}} \right) - 1$$

$$\text{ヘッジされていないリターン} = (1 + \text{現地通貨建てトータル・リターン}) * (1 + \text{為替リターン}) - 1$$

$$\text{ヘッジされていない現地通貨建てトータル・リターンの為替リターン} = (\text{為替リターン}) * (1 + \text{現地通貨建てトータル・リターン})$$

$$\text{先渡リターン} = \left(\frac{\text{期初の1ヶ月先渡レート}}{\text{期初のスポット・レート}} \right) - 1$$

$$\text{ヘッジ・リターン} = \text{ヘッジ・レシオ} * (\text{先渡リターン} - \text{為替リターン})$$

$$\text{ヘッジされた指数リターン} = \text{現地通貨建てトータル・リターン} + \text{ヘッジされていない現地通貨建てトータル・リターンの為替リターン} + \text{ヘッジ・リターン}$$

$$\text{ヘッジされた指数水準} = \text{期初のヘッジされた指数水準} * (1 + \text{ヘッジされた指数リターン})$$

¹³為替リスクとは、投資家の本国通貨とは異なる通貨で証券を取引することから生じるリスクを意味します。この定義では、為替レートの変動が証券の価格パフォーマンスに及ぼすリスクは含まれません。

指数の複製を容易にするために、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスは、指数リバランス参照日¹⁴を用いて売却される外国為替先渡取引の金額を決定します。指数の参照日（月末の前営業日）に、リバランス先渡取引の金額及び通貨のウェイトが決定されます。月末のリバランスの前営業日に先渡取引の金額及び通貨のウェイトが決定されることにより、当月の最終営業日にS&P ダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数のパフォーマンスに占めるヘッジ・リターン¹⁴の計算において、調整ファクターが利用されます。詳しくは指数の計算セクションを参照ください。

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスは、より頻繁に為替ヘッジを行うベンチマークを必要とするお客様に対して、日次為替ヘッジ指数も提供しています。日次為替ヘッジ指数は標準為替ヘッジ指数とは異なり、対象指数のパフォーマンスに従い、月末に決済される先渡取引の額が毎日調整されます。これにより、2つの月次ローリング期間の間の指数の動きから生じるアンダー・ヘッジ或いはオーバー・ヘッジによる為替リスクがさらに抑えられます。

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの為替ヘッジ指数の計算に利用される数式については、以下に詳細を記載しています。

ヘッジ比率

ヘッジ比率とは、ポートフォリオにおいてヘッジされている為替エクスポージャーの比率を指します。

- **標準為替ヘッジ指数**：標準為替ヘッジ指数では、単純にポートフォリオの為替リスクを回避することを目指しています。したがって、利用されるヘッジ比率は **100%** となります。
- **ヘッジなし**：指数ポートフォリオの現地通貨が自国通貨に対して上昇すると予想する投資家、或いはポートフォリオの為替リスクを回避することを望まない投資家は、ヘッジされていない指数を利用します。この場合、ヘッジ比率はゼロとなり、指数は投資家の自国通貨で計算される標準指数となります。こうした指数は、S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの標準指数として、各主要通貨で算出されます。

100%為替ヘッジ標準指数は為替リスクの回避を目指しており、株式に対してパッシブなエクスポージャーを取ります。一方、オーバー・ヘッジ或いはアンダー・ヘッジされたポートフォリオは、今後の為替の動きに対するポートフォリオ・マネジャーの見方に基づき、積極的に為替リスクを負うことを目指します。

- **オーバー・ヘッジ**：自国通貨が指数ポートフォリオの現地通貨に対して大きく上昇すると予想する投資家は、為替エクスポージャーを **2倍** に増やすことを選択できます。この場合、ヘッジ比率は **200%** となります。
- **アンダー・ヘッジ**：指数ポートフォリオの現地通貨が自国通貨に対して上昇すると予想するものの、為替リスクを一部回避することを臨む投資家は、為替エクスポージャーを半分ヘッジすることができます。この場合、ヘッジ比率は **50%** となります。
- **最適ヘッジ**：変動性を最小限にとどめ、為替ヘッジ・ポートフォリオのリスクも最小限に抑えるため、標準分散最小化によると、以下のヘッジ比率が適切と考えられます。

$$\text{ヘッジ比率} = \text{COV}(\text{先渡リターンに対するポートフォリオ・リターン}) / \text{VAR}(\text{先渡リターン})$$

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスはカスタム指数として **100%** とは異なるヘッジ比率により指数を計算します。

¹⁴ 2015年3月1日以前について、S&P 為替ヘッジ指数は、指数参照日及び指数リバランス日の両方に関して月末を利用しました。

為替ヘッジ指数の計算

これまでのページに記載したリターンの定義を利用し、ヘッジ指数リターンは以下のように計算されます：

$$\text{ヘッジされた指数リターン} = \text{現地通貨建てトータル・リターン} + \text{為替リターン} \cdot (1 + \text{現地通貨建てトータル・リターン}) + \text{ヘッジ・リターン}$$

数式を整理した結果

$$\text{ヘッジされた指数リターン} = (1 + \text{現地通貨建てリターン}) \cdot (1 + \text{為替リターン}) - 1 + \text{ヘッジ・リターン} \quad (68)$$

上記と同様に、これまでのページに記載したリターンの定義を利用し、ヘッジ比率を1（100%）とした場合：

$$\text{ヘッジされた指数リターン} = \text{ヘッジされていない指数リターン} + \text{ヘッジ・リターン}$$

$$\text{ヘッジされた指数リターン} = \text{ヘッジされていない指数リターン} + \text{先渡リターン} - \text{為替リターン} \quad (69)$$

この等式は、ポートフォリオにおいて100%の為替ヘッジを行うならば、投資家は先渡取引における利益（損失）と引き換えに、為替における利益（損失）を犠牲にするということをシンプルに示しています。

上記の等式から、ヘッジ指数のボラティリティは、ヘッジされていない指数のリターンと、先渡リターン、為替リターンのボラティリティ、そしてそれらの相互相関で表されることが分かります。これらの変数により、ヘッジ指数リターン・シリーズのボラティリティが、ヘッジされていない指数リターン・シリーズのボラティリティよりも大きい、同等か、或いは低いかが決まります。

為替ヘッジの結果

現地通貨と投資家の自国通貨の間の為替レートの変動により、為替ヘッジ指数戦略の結果とヘッジされていない戦略の結果は異なるものとなります。

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスの標準為替ヘッジ・プロセスでは、ヘッジ比率を1（100%）として為替エクスポージャーを回避します。

1. 為替ヘッジ指数は、現地市場の投資家が確保できる指数のリターンと全く等しいリターンになるとは限りません。これは、2つの付加的なリターン（現地通貨建てトータル・リターンとヘッジ・リターンの為替リターン）があるためです。毎月の先渡取引のロールオーバーは完全なヘッジとはならないため、これら2つの変数は通常、リターンに影響を及ぼします。さらに、2つの再調整期間の間の現地通貨建てトータル・リターンはヘッジされません。ただし、ヘッジによりこれら2つのリターンは非常に近い値となります。
2. 現地通貨と投資家の自国通貨の間の為替レートの変動により、為替ヘッジ指数戦略の結果とヘッジされていない戦略の結果は異なるものとなります。例えば、1999年にはユーロが下落したため、欧州の投資家にとって、ヘッジされていないS&P500指数のリターンは40.0%となりましたが、米ドルのエクスポージャーをヘッジしていた欧州の投資家のリターンは17.3%にとどまり

ました。その反対の例として、2003年にユーロが上昇した際には、欧州の投資家にとって、ヘッジされていないS&P500指数のリターンは5.1%となりましたが、米ドルのエクスポージャーをヘッジしていた欧州の投資家のリターンは27.3%となりました。

指数の計算

毎月のリターン・シリーズ（毎月の為替ヘッジ指数）

m	= 計算における月、0、1、2などの数字で示されます。
SPI_EH_m の水準	= m 月の末におけるS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数の水準
SPI_EH_{m-1} 水準	= 前月末におけるS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数の水準
SPI_EH_{m-1}	= 前月末の指数参照日時点のS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数の水準。ヘッジ指数のS&Pダウ・ジョーンズ・インデックスの標準指数参照日は、月末リバランス日の前営業日です。
SPI_MAF	= 指数参照日と月末参照日間のS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数のパフォーマンスを説明するための月次の指数調整ファクター。このファクターは、参照日のS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数の水準と、月末時点のS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス為替ヘッジ指数の水準の比率として計算されます。

$$SPI_MAF = \left(\frac{SPI_EH_{mr-1}}{SPI_EH_{m-1}} \right)$$

SPI_E_m 外貨建て)	= m 月の末におけるS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス指数の水準（外貨建て）
SPI_E_{m-1} て)	= 前月末におけるS&Pダウ・ジョーンズ・インデックス指数の水準（外貨建て）
SPI_E_{m-1} 準（現地通貨建て）	= 前月（ $m-1$ ）末におけるS&Pダウ・ジョーンズ・インデックスの指数の水準（現地通貨建て）
HR_m	= m 月におけるヘッジ・リターン（%）
S_m	= m 月の末における現地通貨に対する外貨のスポット・レート（FC/LC）
S_{mr}	= m 月の指数参照日における現地通貨に対する外貨の先渡レート（FC/LC）
F_m	= m 月の末における現地通貨に対する外貨の先渡レート（FC/LC）

$m = 1$ の月の末において

$$SPI_EH_1 = SPI_EH_0 * \left(\frac{SPI_E_1}{SPI_E_0} + HR_1 \right)$$

m 月の末において

$$SPI_EH_m = SPI_EH_{m-1} * \left(\frac{SPI_E_m}{SPI_E_{m-1}} + HR_m \right)$$

月次の為替ヘッジ指数のヘッジ・リターンは：

$$HR_m = \left(\frac{F_{m-1}}{S_{mr-1}} - \frac{S_m}{S_{mr-1}} \right) * SPI_MAF$$

日次のリターン・シリーズ（月次の為替ヘッジ指数と日次の為替ヘッジ指数）

日次のリターン・シリーズはスポット価格と先渡価格の間で内挿することにより計算されます。

各 m 月について、d = 1、2、3...D の暦日があります

md は m 月における d 日であり、m0 は m-1 月における最終日です。

F_I_{md} = m 月の d 日時点における内挿された先渡レート

AF_{md} = m 月の d 日時点における日次のヘッジ指数のための調整要因

$$F_I_{md} = S_{md} + \left(\frac{D-d}{D} \right) * (F_{md} - S_{md})$$

$$AF_{md} = \frac{SPI_EL_{md-1}}{SPI_EL_{m0}}$$

m 月の d 日

$$SPI_EH_{md} = SPI_EH_{m0} * \left(\frac{SPI_E_{md}}{SPI_E_{m0}} + HR_{md} \right)$$

月次の為替ヘッジ指数のヘッジ・リターンは：

$$HR_{md} = \left(\frac{F_{m0}}{S_{mr0}} - \frac{F_I_{md}}{S_{mr0}} \right) * SPI_MAF$$

日次の為替ヘッジ指数のヘッジ・リターンは以下のように計算されます：

d 日が m 月の最終営業日ではない場合

$$HR_{md} = AF_{mi} * \left(\frac{F_{m0}}{S_{mr0}} - \frac{F_I_{mi}}{S_{mr0}} \right)$$

d 日が m 月の最初の営業日でない場合

$$HR_{md} = AF_{mi} * \left(\frac{F_I_{mi-1}}{S_{mr0}} - \frac{F_I_{mi}}{S_{mr0}} \right) + HR_{md-1}$$

国内通貨リターン指数の計算

背景

国内通貨リターン（DCR）の計算は除数に基づく計算と同じ結果をもたらします。さらに、コーポレート・アクションや、証券の追加・除外、その他の変更に関する調整は DCR を用いて行うことが可能です。

DCR では、各証券の価格の加重変化率から各期間における指数の変化率を計算し、その変化率から指数水準を構築します。除数に基づく指数ではそのプロセスが逆になり、指数水準は時価総額を除数で除することで計算され、各期間の変化率はその指数水準から計算されます。両方のアプローチとも最初の基準期間または正規化のための除数値が必要となります。両方のアプローチは同じ結果をもたらします。特定の指数にとってどちらのアプローチのほうが使いやすいかに依ってその選択を行います。複数の指数から成る指数や、様々な通貨の証券を有する指数が構築される場合、DCR 手法が選好されることがあります。

DCR の計算では、各証券の価格の変化率を計算し、期初時点での指数における証券のウェイトに基づきその変化率をウェイト付けし、次に加重された価格変化を合計することで、その期間における指数の価格変化を計算します。次に、指数の変化を前期間の指数の水準に適用することで、現在の期間の指数の水準を決定します。

DCR と除数の計算の等価性

2つのアプローチ（DCR と除数ベース）の等価性は2つの方法で理解することができます。第一に、指数の当初基準値を除けば、等価性は指数の水準または一つの期間から次の期間までの変化率のいずれかにより定義することができます。時系列の指数水準（100, 101.2, 103, 105...）により指数を定義する場合、各期間の変化率（1.2%, 1.78%, 1.94%...）を導き出すことができます。これらの変化を踏まえ、また、指数の基準が100であると仮定すれば、指数水準を計算することが可能となります。基準値を除けば、この2つのシリーズは等価になります。DCR は変化を計算し、除数アプローチでは水準を計算します。

数学的に示すことができます：

除数の計算アプローチは指数を以下のように定義します：

$$\frac{\sum_i \text{株価}_{i,t} * \text{株数}_i}{\text{除数}} \quad (70)$$

当初の除数は基準値と指数の日付によって定義されるため、それを t 時点=0 における指数時価総額の価値に置き換えることができます：

$$\frac{\sum_i \text{株価}_{i,t} * \text{株式数}_i}{\sum_i \text{株価}_{i,0} * \text{株式数}_i} \quad (71)$$

次に分子の総和の項は、その価値を変えることなく t 時点=0 における株価を乗じ、 t 時点=0 における株価で除することができます。

$$\frac{\sum_i \frac{\text{株価}_t}{\text{株価}_0} * \text{株価}_0 * \text{株数}_i}{\sum_i \text{株価}_{i,0} * \text{株数}_i} \quad (72)$$

指数における単一銘柄の分子の項（すなわち、1銘柄だけなので総和はありません）に注目し、置き換えた場合、以下ようになります：

$$\left(\frac{\text{株価}_{i,t}}{\text{株価}_{i,0}} \right) * \frac{\text{株価}_{i,0} * \text{株式数}_i}{\sum_i \text{株価}_{i,0} * \text{株式数}_i} \quad (73)$$

DCRアプローチでは、指数における全ての銘柄について方程式(73)の総和を用い、指数の日次株価パフォーマンスを計算します。日次の指数パフォーマンスが計算された時点で、指数水準は前日の指数の水準からアップデートすることができます。

DCR の計算

$$\text{指数}_t = (\text{指数}_{t-1}) * \sum_i \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} * \text{ウェイト}_{i,t-1} \quad (74)$$

ここでは：

指数 _t	=	t日における指数水準
P _t	=	t日の取引終了時の証券価格
ウェイト _t	=	t日の取引終了時の指数における証券のウェイト

及び

$$\text{ウェイト}_{i,t-1} = \frac{P_{i,t-1} * S_{i,t-1} * FX_{i,t-1}}{\sum_i P_{i,t-1} * S_{i,t-1} * FX_{i,t-1}} \quad (75)$$

ここでは：

S _{i,t-1}	=	銘柄 i の株数
FX _{i,t-1}	=	通貨換算に関する銘柄 i の為替レート

必要な調整

株数 (S_{i,t-1}) には、浮動株修正係数 (IWF) を乗じることによる浮動要因の調整や、必要に応じ、追加修正係数 (AWF) を乗じることによる指数ウェイトの調整などが含まれます。さらに、売出し、自社株買い、またはその他のコーポレート・アクションにより、株数の調整が行われる場合、調整された株数が t

日に効力を発するならば、この調整は $S_{i,t-1}$ に含める必要があります。t日に効力を発するコーポレート・アクションによる A 株価の調整は $P_{i,t-1}$ に反映されなければなりません。

報酬指数

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスは、日次ベースで適用される固定料率に従って特定の原指数の指数値を変更することを意図する報酬指数を計算しています。この料率はプラスまたはマイナスのいずれにもなり得ますが、ほとんどの場合、報酬指数の水準は原指数の水準よりも低くなります。

報酬指数は、2つの方法のいずれかで計算されます。報酬は、原指数のリターンが計算された後に指数に適用されるか、または原指数のリターンに沿ってに適用されます。2つの異なる計算方法は以下のとおりです。

オプション1：

$$\text{指数値}_t = \text{指数値}_{t-1} * \left(\frac{\text{親指数値}_t}{\text{親指数値}_{t-1}} \right) * (1 - (\text{報酬} / N) * (D_t - D_{t-1}))$$

オプション2：

$$\text{指数値}_t = \text{指数値}_{t-1} * \left(1 + \left(\frac{\text{親指数値}_t}{\text{親指数値}_{t-1}} - 1 \right) - \text{報酬} * (D_t - D_{t-1}) / N \right)$$

ここでは

N = 年間の日数

D_t = 当日

最終清算数値

最終清算数値（以下「SOQ」という）は原指数と同じメソドロジーを用いて計算されますが、各指数の構成銘柄に用いられる株価が所与の取引日の取引開始時にその証券が最初に取り引する公開価格である場合を除きます。SOQは指数の全ての銘柄について、様々な時間に生じる主要な取引所の始値のみを用いて計算され、日中のあらゆる時点で生じる場合があります。正規の取引時間中に取引されなかった銘柄に関しては、前日の終値がSOQ指数計算に用いられます。SOQは特殊なパラメーターによる特殊計算であるため、高値よりも高く、安値よりも低く、始値とは異なる場合があります。始値、高値、安値、終値は連続計算ですが、SOQは指数の全ての銘柄が取引を開始するまで待ちます。

- **米国市場**：取引所が公式の始値を提供できない場合は、S&Pダウ・ジョーンズ・インデックスの「Equity Indices Policies & Practices（株価指数方針及び実務）」資料の「予期せぬ取引所の休場」に記載されている米国証券取引委員会（SEC）規則 123Cに基づき、使用される公式の終値が決定されます。
- **米国以外の市場** 取引所が公式の始値を提供できない場合は、公式の終値が使用されます。取引所が公式の始値または終値を提供できない場合、コーポレート・アクションに対して調整された前日の終値が、最終清算数値（SOQ）の計算に使用されます。
- 取引所での取引が一時停止または中止されているが、依然として指数に留まっているM&A標的銘柄に関して、買収企業が買収の一環として株式を発行する場合、S&Pダウ・ジョーンズ・インデックスは、合併比率条件及び買収企業の始値を用いて、取引停止されている銘柄のSOQを合成的に導き出します。買収企業が全額現金で支払っている場合、前日の公式の終値とその現金の額のうち低い方がSOQの計算に用いられます。

S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスのお問い合わせ先

顧客サービス

index_services@spglobal.com

免責事項

Copyright © 2018 S&P Dow Jones Indices LLC (S&P Globalの一部門)。無断複写・転載を禁じます。STANDARD & POOR'S、S&P、S&P 500、S&P 500 LOW VOLATILITY INDEX、S&P 100、S&P COMPOSITE 1500、S&P MIDCAP 400、S&P SMALLCAP 600、S&P GIVI、GLOBAL TITANS、DIVIDEND ARISTOCRATS、S&P TARGET DATE INDICES、GICS、SPIVA、SPDR および INDEXOLOGYは、S&P Globalの一部門であるStandard & Poor's Financial Services LLC の登録商標です。DOW JONES、DJ、DJIA および DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGEは、Dow Jones Trademark Holdings LLC の登録商標です。これらの登録商標は、その他と一緒にS&P Dow Jones Indices LLCにライセンス供与されています。再配布または複製は、全部か一部かを問わず、S&P Dow Jones Indices LLCの書面による許可がない限り禁止されています。本文書は、S&P Dow Jones Indices LLC、S&P、Dow Jonesまたはそれらの各関連会社（総称して「S&P Dow Jones Indices」）が必要なライセンスを持たない法域でサービスを提供するものではありません。特定のカスタム指数計算サービスを除き、S&P Dow Jones Indicesが提供するすべての情報は個人とは無関係なものであり、いかなる個人、事業体または集団のニーズに合わせて調整されたものではありません。S&P Dow Jones Indicesは、第三者にその指数をライセンス供与すること、およびカスタム計算サービスを提供することに関連して報酬を受けています。指数の過去のパフォーマンスは、将来の成績を示唆または保証するものではありません。

指数に直接投資することはできません。指数が表す資産クラスへのエクスポージャーは、その指数に基づく投資可能な商品を通して利用できる場合があります。S&P Dow Jones Indices は、第三者が提供する、また指数のパフォーマンスに基づく投資収益を提供しようとするいかなる投資ファンドまたはその他の投資手段についても、スポンサー、保証、販売、販売促進または管理を行いません。S&P Dow Jones Indices は、指数に基づく投資商品が、指数のパフォーマンスを正確に追跡する、またはプラスの投資収益率を提供することを保証しません。S&P Dow Jones Indices LLC は投資顧問会社ではなく、また S&P Dow Jones Indices はかかる投資ファンドまたはその他の投資手段への投資の妥当性に関して一切表明することはありません。かかる投資ファンドまたはその他の投資手段への投資決定は、本文書に記載される意見に頼って行われるべきではありません。見込み投資家は、投資ファンドの発行体またはその他の投資商品や手段により、またはそれらを代表して作成されている提供される覚書や類似の文書で詳述される通り、かかるファンドへの投資に伴うリスクを慎重に考慮した後に限り、かかるファンドやその他の手段へ投資することが推奨されます。S&P Dow Jones Indices LLC は税金の顧問会社ではありません。免税証券のポートフォリオへの影響や特定の投資決断の税効果の評価は、税務顧問会社に相談してください。指数に証券が含まれることは、S&P Dow Jones Indices がかかる証券の売り、買い、またはホルドの推奨を意味するものではなく、投資アドバイスとして見なしてはなりません。S&P Dow Jones Indices の米国ベンチマーク指数の終値は、個別の指数構成銘柄の各主要取引所が設定する終値に基づいて S&P Dow Jones Indices が計算します。終値は S&P Dow Jones Indices がその第三者ベンダーから受け取り、それらを別のベンダーからの価格と比較することにより検証されます。ベンダーは、主要取引所から終値を受け取ります。日中の実時間価格は 2 回目の検証を行わずに同じように計算されます]。

これらの資料は、一般的に公衆が利用可能な信頼できると確信される情報に基づき、情報提供のみを目的として作成されています。これらの資料に記載される内容（指数データ、格付け、信用関連の分析やデータ、リサーチ、評価、モデル、ソフトウェアやその他のアプリケーションまたはそれからのアウトプット）またはそのいかなる部分（「内容」）も、S&P Dow Jones Indicesによる事前の書面による承認なく、いかなる形式やいかなる手段によっても、改変、リバースエンジニアリング、複製または配布、もしくはデータベースまたは検索システムへの保存を行うことはできません。内容は、違法または未許可の目的で使用してはなりません。S&P Dow Jones Indicesおよびその第三者データプロバイダーならびにライセンサー（総称して「S&P Dow Jones Indices当事者」）は、内容の正確性、完全性、適時性また

は利用可能性について保証しません。S&P Dow Jones Indices当事者は、理由に関係なく、内容の利用から得られた結果について、いかなる過誤または遺漏に対しても責任を負いません。内容は、「現状有姿」で提供されています。S&P DOW JONES INDICES当事者は、商品性または特定目的や利用への適合性、バグやソフトウェアのエラーまたは欠陥がないこと、内容の機能が中断されないこと、もしくは内容がいかなるソフトウェアやハードウェア構成によっても動作することを含むがこれに限定されない、あらゆる明示または黙示の保証も否認します。S&P Dow Jones Indices当事者は、いかなる場合も、いかなる当事者に対しても、内容の使用に関連する、いかなる直接的、間接的、付随的、懲罰的、補償的、懲戒的、特別または派生的な損害、費用、経費、法的費用、または損失に対しても（逸失収入または逸失利益、および機会費用を含むがこれに限定されない）、たとえかかる損害の可能性について知らされていたとしても、責任を負いません。

S&P Global は、その様々な部門および事業部の特定の活動を、それらの各活動の独立性と客観性を守るために相互に分離しています。その結果、S&P Global の特定の部門および事業部が、他の事業部では利用できない情報を保有している場合があります。S&P Global は、各分析プロセスに関連して受け取った特定の非公開情報の秘密性を保持するために、方針および手順を確立しています。

さらに、S&P Dow Jones Indicesは、証券の発行体、投資顧問、ブローカーディーラー、投資銀行、その他の金融機関および金融仲介機関を含む多くの組織に対して、またはそれらに関連して、広範なサービスを提供しており、従って、推薦、格付け、モデルポートフォリオへ組み入れ、評価または別途言及する場合があります証券やサービスの組織を含め、それらの組織から手数料またはその他の経済的利益を受ける場合があります。